

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Tlaková komora pro univerzální zkušební
zařízení

Pressure Chamber for Universal Testing
Machine

Student: Dalibor Goryl

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Martin FUSEK, Ph.D

Ostrava 2010

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě: 21.5.2010

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová (bakalářská) práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou (bakalářskou) práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě: 21.5.2010

.....

podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Adresa trvalého pobytu autora práce:

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

GORYL, D. *Tlaková komora pro univerzální zkušební zařízení: bakalářská práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2010, 78 s. Vedoucí práce: Fusek, M.

Diplomová práce se zabývá kontrolou tlakové komory pro univerzální zkušební zařízení. Kontrola jednotlivých součástí bude provedena analytickými a numerickými výpočty. Pro analytické výpočty bude probrána a využita teorie tlakových tlustostěnných nádob a teorie stability těles. Pro analytické řešení bude nastíněna problematika řešení metodou konečných prvků (MKP). Metoda konečných prvků bude aplikována v programu Patran a výpočetní program bude použit MD Nastran. Výpočty se týkají součástí, které jsou namáhány na tlak, případně tah. V závěru budou výsledky mezi sebou vyhodnoceny.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

GORYL, D. *Pressure Chamber for Universal Test Machine*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2010, 78 p. Thesis head: Fusek, M.

This thesis deals with the control of pressure chamber for universal test device. The check of each part will be done with the help of analytical and numerical calculations. For analytical calculations the theory of thick-walled pressure vessels and the theory of stability of solids will be discussed and utilized. Analytical solutions of the problems will be outlined in finite element method (FEM). The finite element method will be applied in Patran computer program and the computing program MD Nastran will be used. The calculations deal with the components that are subjected to pressure or tension. At the close, the results will be evaluated among themselves.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za odborné vedení, poskytování cenných rad a věnovanému času při konzultacích. Jeho zkušenosti a rady byly cenným podkladem pro vypracování mé bakalářské práce.

POUŽITÉ VELIČINY

Označení:	Fyzikální veličina:	Jednotka:
m_r	Radiální moment	$[N]$
m_t	Obvodový moment	$[N]$
p_1	Vnitřní tlak	$[Pa]$
p_2	Vnější tlak	$[Pa]$
r_1	Vnitřní poloměr	$[m]$
r_2	Vnější poloměr	$[m,]$
D	Ohybová tuhost desky	$[N \cdot m]$
E	Modul pružnosti v tahu	$[Pa,]$
F	Síla	$[N]$
S	Plocha součásti	$[m^2]$
w	Průhyb nosníku	$[m]$
ε_r	Poměrné prodloužení radiální	$[-]$
ε_t	Poměrné prodloužení tečné	$[-]$
σ_D	Dovolené napětí	$[Pa]$
σ_o	Osové napětí	$[Pa,]$
σ_r	Radiální napětí	$[Pa]$
σ_{red}^G	Redukované napětí Guestova hypotéza	$[Pa]$
σ_{red}^{HMH}	Redukované napětí hypotézou HMH (von Mises)	$[Pa]$
σ_t	Obvodové napětí	$[Pa]$
σ_u	Mez úměrnosti materiálu	$[Pa]$
μ	Poissonův poměr příčné kontrakce	$[-]$
π	Ludolfovo číslo	$[-]$

OBSAH BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

0.	Úvod	9
0.1.	Popis tlakové komory pro zkušební zařízení	10
1.	Základní teorie tlakových nádob	10
1.1.	Rozdělení tlakových nádob	10
1.2.	Tenkostěnné tlakové nádoby	11
1.3.	Tlustostěnné tlakové nádoby	11
1.3.1.	Stanovení hlavních napětí ve stěně silnostěnné nádoby	12
1.3.2.	Výpočet tlustostěnných nádob pomocí okrajových podmínek	16
1.3.3.	Určení podmínek pevnosti	18
1.3.4.	Přetvoření pláště tlustostěnné nádoby	20
2.	Stabilita prutů	20
2.1.	Elastická stabilita v pružnosti a pevnosti.....	20
2.2.	Vzpěr přímých prutů.....	21
2.3.	Eulerovy vzorce pro různé druhy uložení prutů	24
2.4.	Kritické napětí	24
3.	Analytický výpočet součástí tlakové komory pro univerzální zkušební zařízení	26
3.1.	Analytický výpočet – teorie tlustostěnných nádob	26
3.1.1.	Výpočet prstence	26
3.1.2.	Výpočet pláště komory	29
3.1.3.	Výpočet trnu	32
3.2.	Analytický výpočet – Vzpěr	35
3.2.1.	Výpočet rotační čelisti na vzpěr	35
3.3.	Analytický výpočet – Koncentrace napětí.....	37
3.3.1.	Výpočet koncentrace napětí pro součást vložka	37
3.4.	Analytický výpočet – Tenkostěnných desek	39
3.4.1.	Výpočet napětí a průhybu desky	39
4.	Metoda konečných prvků	42
4.1.	Úvod do metody konečných prvků.....	42
4.2.	Podstata MKP – Metody konečných prvků.....	43
4.3.	Postup při řešení Metodou konečných prvků:	44
4.4.	Software pro numerickou simulaci.....	45
4.4.1.	Patran.....	45
4.4.2.	MD Nastran	46

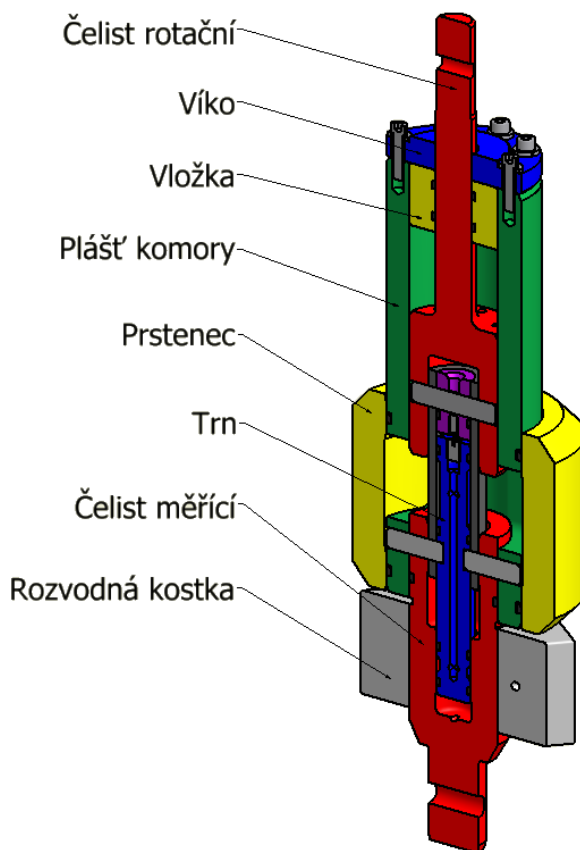
5.	Numerická simulace	47
5.1.	Numerická simulace prstence pomocí MKP	48
5.2.	Numerická simulace pláště komory pomocí MKP	52
5.3.	Numerická simulace trnu pomocí MKP	56
5.4.	Numerická simulace čelist rotační – výpočet vzpěru	60
5.5.	Numerická simulace rotační čelisti pomocí MKP	62
5.6.	Numerická simulace měřicí čelisti pomocí MKP	66
5.7.	Numerická simulace vložky pomocí MKP	70
5.8.	Numerická simulace víka pomocí MKP:.....	73
6.	Porovnání analytických a numerických výpočtů jednotlivých součástí.....	77
6.1.	Porovnání analytických a numerických výsledků pro součást prstenec:.....	77
6.2.	Porovnání analytických a numerických výsledků pro součást plášť komory:	78
6.3.	Porovnání analytických a numerických výsledků pro součást trn:.....	78
6.4.	Porovnání analytických a numerických výsledků vzpěru čelisti rotační - vzpěr: .	79
6.5.	Porovnání analytických a numerických výsledků koncentrace napětí vložky:	80
6.6.	Porovnání analytických a numerických výsledků víka:	80
7.	Vyhodnocení výsledků z řešení numerickými metodami MKP	81
7.1.	Vyhodnocení numerického výsledků měřicí čelisti:	81
7.2.	Vyhodnocení numerického výpočtu rotační čelisti:	82
8.	Závěr.....	83
9.	Seznam použité literatury	84
10.	Citace.....	85
11.	Přílohy	85

0. ÚVOD

Téma bakalářské práce je tlaková komora pro univerzální zkušební zařízení (OBR 1). Tlaková komora slouží k experimentálnímu testování rotačně dutých součástí pro měření napětí působením tlaku. Tlak je přiveden na povrch testovaného vzorku, a tím je možno testovat vnitřní i vnější povrchy součástí. Tlaková nádoba je upevněna do univerzálního trhacího stroje, proto je možno experimentální vzorek v tlakové komoře zatěžovat kombinacemi různých napěťových stavů, jako například vnitřní tlak, vnější tlak a tah od tažení čelistí trhacího stroje uchycující univerzální tlakovou komoru.

Zaměření této bakalářské práce je výpočet numericky a analyticky namáhaných součástí sestavy tlakové komory. Pro analytickou metodu bude probírána teorie tlustostěnných nádob a stabilita těles. Numerická metoda bude založená na metodě konečných prvků MKP. V této práci bude popsán princip a podstata použití MKP. Numerické řešení bude simulováno pomocí programu Patran a simulace bude řešena programem MD Nastran. V závěru práce budou porovnány a vyhodnoceny výpočty analytické a numerické výsledky z MKP porovnány a vyhodnoceny.

Na OBR. 1 jsou vykresleny všechny součásti sestavy tlakové komory pro zkušební zařízení



OBR. 1 – SESTAVA TLAKOVÉ NÁDOBY

0.1. POPIS TLAKOVÉ KOMORY PRO ZKUŠEBNÍ ZAŘÍZENÍ

Na OBR. 0.1 jsou znázorněny základní součásti tlakové komory pro zkušební zařízení. Do hlavní části tlakové komory pláště je nasunutá shora rotační čelist, která může být podle druhu zkoušení vzorku tažena maximální silou $F = 200kN$. Zdola je komora uchycena měřicí čelistí, která slouží k rozvodu tlaku $p = 25MPa$ do celé soustavy. Mezi čelistmi je uchycen testovaný vzorek. Uvnitř vzorku je nasunut trn. Spojovací součást mezi těmito díly jsou pojišťovací kolíky, které přenášejí kontaktní tlaky. Na rotační čelist je nasunuta vložka s těsněním, aby nedocházelo k úniku tlaku z nádoby při tažení vzorku. Vložka je opřena o víko, které je přišroubováno k plášti komory osmi šrouby. V plášti komory jsou vytvořené otvory pro snadnější manipulaci se skládáním celé soustavy. Z důvodu hermetického uzavření této soustavy, je na vnější ploše přes otvory nalisován prstenec s těsněním.

1. ZÁKLADNÍ TEORIE TLAKOVÝCH NÁDOB

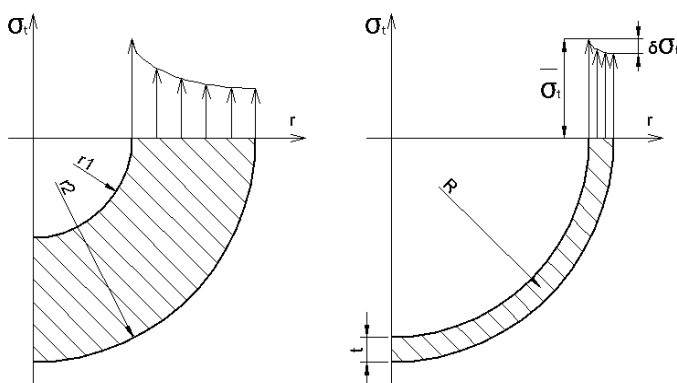
Nádoby mají v technické praxi široké zastoupení, jsou to dutá rotační tělesa, která jsou namáhána vnitřním a vnějším přetlakem, anebo jejich kombinacemi. Tyto nádoby si můžeme představit jako různé kotlové komory, hřídele, náboje na hřídelích apod.

1.1. ROZDĚLENÍ TLAKOVÝCH NÁDOB

V pružnosti a pevnosti se matematicky dělí na silnostěnné a tenkostěnné nádoby. Rozdělení pro výpočty tenkostěnných a tlustostěnných nádob provádíme z poměru tloušťky stěny nádoby k vnitřnímu průměru.

$$Poměr = \frac{t}{r_1} \quad \text{tenkostěnné} < 0,1 \geq \text{tlustostěnné} \quad (1.1.1)$$

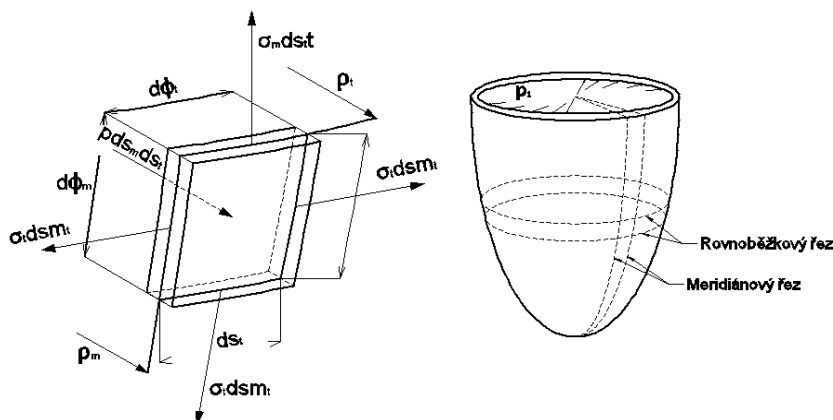
Kde r_1 je vnitřní poloměr nádoby, r_2 je vnější poloměr nádoby a R střednice tenké nádoby. Na OBR. 2 je zakresleno rozložení obvodového napětí podle tloušťky.



OBR. 2 – ROZDĚLENÍ TLAKOVÝCH NÁDOB

1.2. TENKOSTĚNNÉ TLAKOVÉ NÁDOBY

Dle vzorce (1.1.1) kdy poměr tloušťky stěny válce k vnitřnímu průměru vyjde do 0,1, jedná se o tenkostěnnou nádobu (OBR. 3) Toto rozdělení je důležité, protože u tenkostěnných nádob se zanedbává tloušťka stěny. Tloušťka je vůči ostatním rozměrům součástí zanedbatelně malá a nahrazuje se střednicí. Střednice je poloměr R , na který se aplikuje teorie skořepin, při výpočtu zanedbáváme osově napětí, které je závislé na poloměru a blíží se proto k nule.

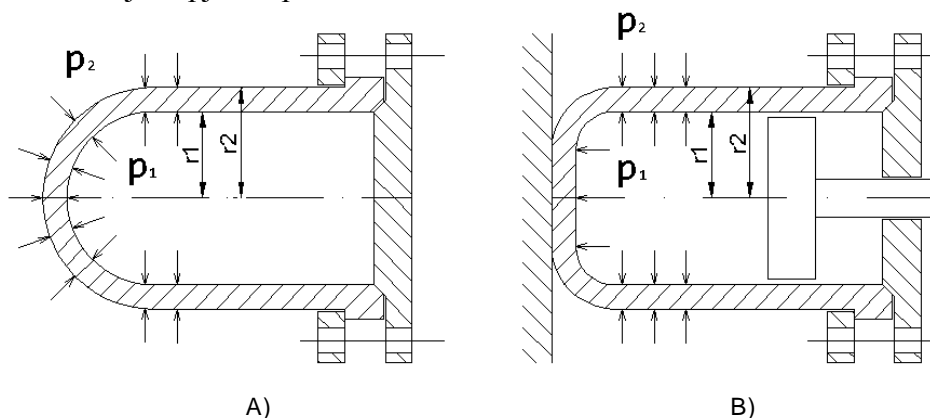


OBR. 3 – TENKOSTĚNNÉ NÁDOBY

1.3. TLUSTOSTĚNNÉ TLAKOVÉ NÁDOBY

Tlustostěnné „válcové nádoby se v praxi vyskytují buď jako nádoby uzavřené (např. kotlové těleso, OBR. 4. A.), nebo jako nádoby otevřené (např. hydraulický válec, OBR. 4. B.). Mezi otevřené nádoby je možno zařadit také tenkou kruhovou stěnu s radiálním zatížením.“^[1]

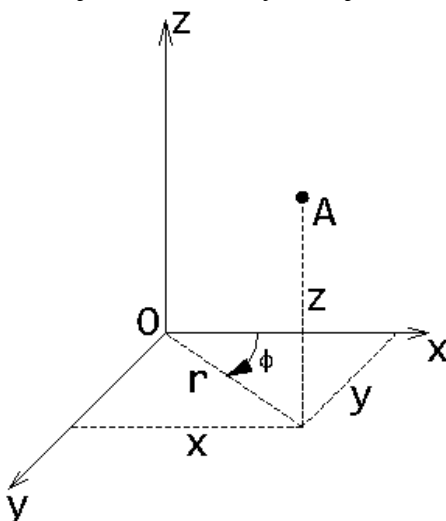
Tlakové nádoby jsou zatížené osově symetrickými tlaky p_1 a p_2 na vnitřní a vnější stěně nádoby, na poloměrech r_1 a r_2 . Tím je napjatost funkcí r , což jsou vzdálenosti mezi poloměry od osy nádoby (válce). Pokud je nádoba beze dna, jedná se o napjatost rovinnou, u nádoby se dnem je napjatost prostorová.



OBR. 4 – PŘÍKLADY TLUSTOSTĚNNÝCH NÁDOB

Napětí na stěnách bude odvozeno pro cylindrický souřadný systém r, ϕ, z (OBR. 5) a je závislé na podmínkách:

- 1) Namáhání silnostěnné tlakové nádoby je v oblasti platnosti Hookeova zákona.
- 2) Výsledky jsou závislé jednou proměnnou, poloměrem r .
- 3) Kolmé řezy nádoby v ose Z zůstávají i po zatížení rovinnými zatíženími.
- 4) Vztahy platí pro místa v dostatečně velké vzdálenosti ode dna nádoby, záhybů a jiných míst, které mají na nádobu vyztužující účinek.



OBR. 5 – CYLINDRICKÝ SOUŘADNÝ SYSTÉM

$[x, y, z]$ jsou osy kartézského souřadného systému. $[r, \phi, z]$ jsou souřadnice cylindrického souřadného systému.

1.3.1. STANOVENÍ HLAVNÍCH NAPĚTÍ VE STĚNĚ SILNOSTĚNNÉ NÁDOBY

Nádobu rozřežeme dvěma řezy, které jsou kolmé k podélné ose, vytvoříme prstence o šířce b (OBR. 1.3.3). Na čelních plochách působí osová napětí σ_o , která jsou zapříčiněna účinkem vnějšího a vnitřního tlaku p_1 a p_2 . Napětí osová jsou v průřezu rozdělená rovnoměrně. Vztah pro výpočet osového napětí vychází z rovnice rovnováhy pro osový směr.

$$\sigma_o = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (1.3.1)$$

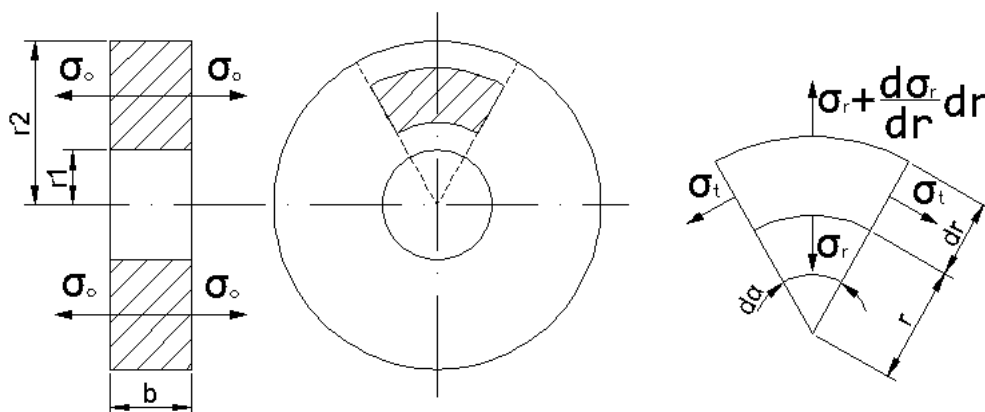
Kde σ_o je osová napětí, p_1 je tlak na vnitřním poloměru r_1 a p_2 je tlak na vnitřním poloměru r_2 .

Prstenec se může dále rozdělit dvěma rovinami svírající úhel $d\alpha$ a dvěma válcovými řezy o poloměru r a $r + dr$. Vybereme element, v jehož hraničních stěnách jsou smyková napětí rovny nule, napětí normálová budou napětími hlavními (OBR. 1.3.3).

Prstenec silnostěnné nádoby je potom namáhán napjatostí ve třech směrech. Jsou to hlavní napětí.

- σ_o – osově napětí
- σ_t – tečné napětí
- σ_r – radiální napětí

Pro případ silnostěnných nádob budou tyto napětí uvažována jako kladná, tudíž tahová a jejich směry jsou zakresleny na Obr. 6.



OBR. 6 – VYKRESLENÍ NAPĚTÍ V ELEMENTU TLUSTOSTĚNNÉ NÁDOBY

Na element vyjmutý z oříznutého prstence nádoby působí za splněních předpokladů rovnovážná soustava sil. Z rovnovážné podmínky elementu v radiálním směru (Obr. 6).

$$b(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\alpha - b\sigma_r r d\alpha - b\sigma_t dr d\alpha = 0 \quad (1.3.2)$$

Provedeme-li matematické úpravy a provedeme-li zanedbání malých veličin, vyplynou rovnice rovnováhy ve tvaru:

$$\sigma_t - \sigma_r = \sigma_r' r$$

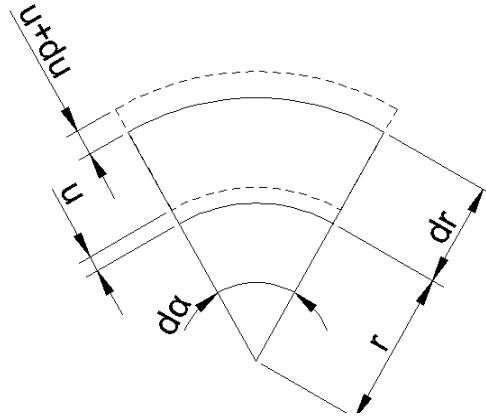
nebo

$$d(\sigma_r r) - \sigma_t dr = 0 \quad (1.3.3)$$

Tato rovnice je přesnou Navierovou rovnicí rovnováhy. V této rovnovážné rovnici se vyskytují dvě neznámé veličiny $\sigma_t(r)$ a $\sigma_r(r)$. Výpočet silnostěnné nádoby je tedy staticky neurčitý výpočet, proto pro další výpočet je potřeba určit deformační podmínky.

Při působení zatížení osově symetrického útvaru se nám deformace projeví ve změně vzdálenosti každého bodu od osy symetrie. Všechny body se posunou po trajektorii kružnice o danou vzdálenost. Deformace je funkcí poloměru kružnice r a bude označováno u , dále vybraný element má šířku dr a jeho deformace je $u + du$.

Na OBR. 8 je znázorněn vybraný element a jeho deformovaný tvar.



OBR. 7 – DEFORMACE ELEMENTU TLAKOVÉ NÁDOBY

Při deformaci se nám projeví poměrná prodloužení v radiálním ε_r a tečném ε_t směru dle Cauchyho geometricko-deformačního vztahu:

$$\varepsilon_t = \frac{(r+u)d\alpha - rd\alpha}{rd\alpha} = \frac{u}{r}$$

$$\varepsilon_r = \frac{dr + u + du + u - dr}{dr} = \frac{du}{dr} = u'$$
(1.3.4)

Poměrná prodloužení ε_t , ε_r jsou funkcí jedné proměnné, funkcí posunutí u a jsou na sobě vzájemně závislá. Pomocí podmínky kompatibility můžeme vyjádřit jejich vzájemnou závislost. Tato podmínka zajišťuje zachování spojitosti.

$$r \frac{d\varepsilon_t}{dr} = (\varepsilon_r - \varepsilon_t)$$
(1.3.5)

Tuto rovnici kompatibility lze dále stanovit pro poměrné prodloužení ε_t , které se dále derivuje podle poloměru r a dále se do této derivace dosadí za u' a u/r z rovnice (1.3.4).

$$\varepsilon_t' = \frac{u' r - u}{r^2} = \frac{u' - u/r}{r} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_t}{r}$$
(1.3.6)

dále

$$r\varepsilon_t' = \varepsilon_r - \varepsilon_t$$

K rovnicím (1.3.4 a 1.3.6) přidáme ještě fyzikální rovnice, přesněji rovnice zachování superpozicí napětí z Hookeova zákona.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_t - \mu\sigma_o)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_r - \mu\sigma_o)$$
(1.3.7)

Pro další řešení je vhodné využít tzv. funkci napětí.

$$\phi = \sigma_r r \quad (1.3.8)$$

jeho další úpravou získáme napětí radiální

$$\sigma_r = \frac{\phi}{r} \quad (1.3.9)$$

Napětí obvodové lze odvodit z druhé derivace vztahu (1.3.3)

$$\sigma_t = \frac{d\phi}{dr} \quad (1.3.10)$$

Pomocí použití funkce napětí (1.3.8) lze odvodit poměrné prodloužení ε_r a ε_t .

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} \left(\frac{\phi}{r} - \mu \frac{d\phi}{dr} - \mu \sigma_o \right) \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E} \left(\frac{d\phi}{dr} - \mu \frac{\phi}{r} - \mu \sigma_o \right) \end{aligned} \quad (1.3.11)$$

Pomocí vztahu (1.3.11) lze dál upravit rovnice kompatibility a po dosazení za ε_r , ε_t a ε_t' lze získat vztah ve tvaru

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{d\phi}{dr} \frac{1}{r} - \frac{\phi}{r^2} = 0 \quad (1.3.12)$$

Další možné zapsání rovnice (1.3.12) je ve tvaru

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\phi r) \right] = 0 \quad (1.3.13)$$

Tímto zapsáním jsme získali Eulerovou rovnici druhého řádu, kterou dále řešíme postupnou dvojí integrací:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\phi r) &= K_1 \\ \frac{d}{dr} (\phi r) &= K_1 r \end{aligned} \quad (1.3.14)$$

Jestliže tento výraz opět integrujeme, získáme vztah

$$\phi r = \frac{K_1 r^2}{2} + K_2$$

dále

$$\phi = \frac{K_1 r}{2} + \frac{K_2}{r}$$
(1.3.15)

Do rovnice (1.3.9) a (1.3.10) provedeme substituci výrazu $C_1 = K_1/2$ a $C_2 = -K_2$, následně plyne

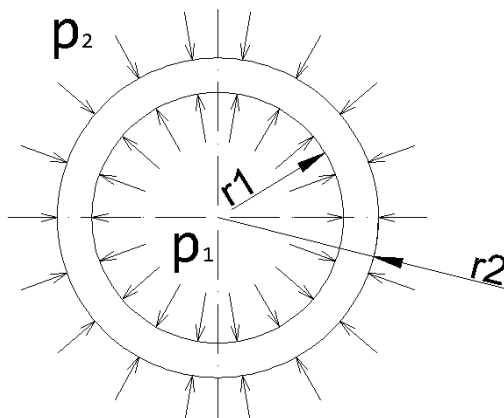
$$\sigma_r = C_1 - \frac{C_2}{r^2}$$

a

$$\sigma_t = C_1 + \frac{C_2}{r^2}$$
(1.3.16)

1.3.2. VÝPOČET TLUSTOSTĚNNÝCH NÁDOB POMOCÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

C_1 a C_2 jsou Integrační konstanty a získají se z okrajových podmínek tlakové nádoby. Pro výpočet radiálního napětí σ_r jsou výpočty provedeny na poloměrech r_1 a r_2 .



OBR. 8 – ZADÁNÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Přičemž $\sigma_r(r_1) = -p_1$ a $\sigma_r(r_2) = -p_2$, pak následnými úpravami získáme

$$-p_1 = C_1 - \frac{C_2}{r_1^2}$$

a

$$-p_2 = C_1 + \frac{C_2}{r_2^2}$$
(1.3.17)

Následnými úpravami získáme rovnice pro výpočet integračních konstant.

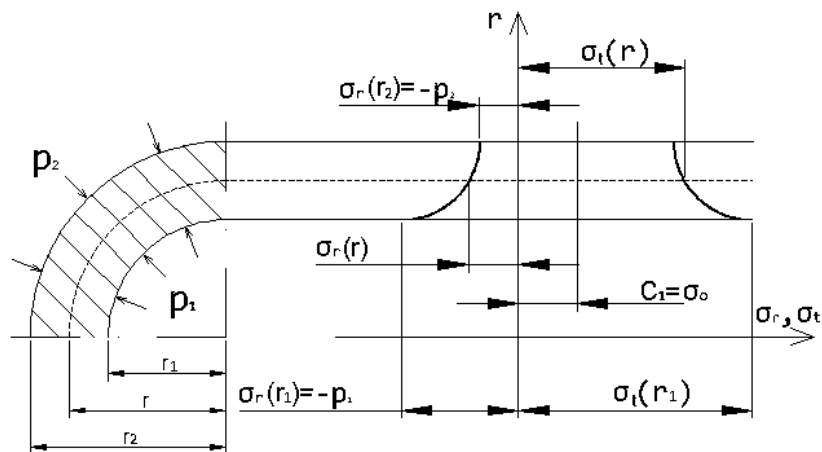
$$C_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

a

$$C_2 = (p_1 - p_2) \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$
(1.3.18)

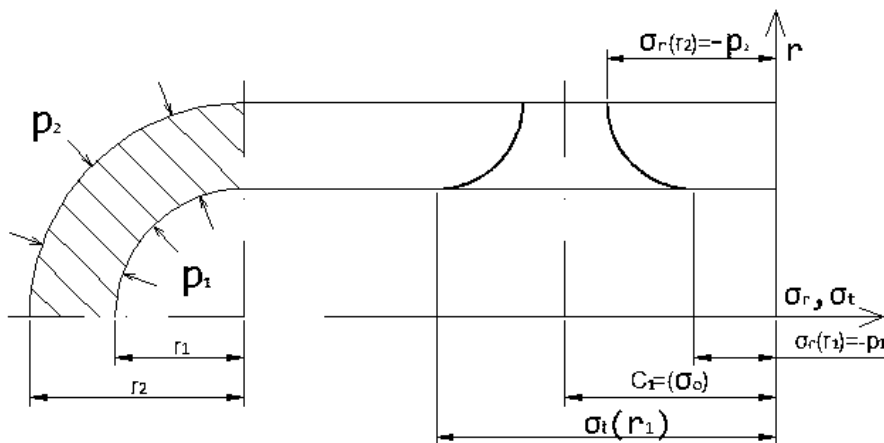
Z porovnání vztahů 1.3.18 a 1.3.1 vyplývá, že integrační konstanta C_1 má fyzikální význam osového napětí σ_o v uzavřené nádobě, při konstantním zatížení.

Zakreslení průběhu radiálního a obvodového napětí bude vyobrazeno v souřadném systému r a σ . V tomto souřadném systému se nám zobrazují dva polytropy, což jsou křivky popisující změny stavových veličin. Rovnicemi těchto polytrop jsou rovnice (1.3.16), přičemž osou symetrie a vzájemnou asymptotou těchto polytrop je přímka $\sigma_r(r) = C_1 = (\sigma_o)$. Druhou asymptotou těchto polytrop je vodorovná přímka, která prochází osou nádoby. Je-li tlak $p_1 > p_2$ jejich průběhy jsou zakresleny na OBR. 9.



OBR. 9 – VYKRESLENÍ NAPĚTÍ PŘI $p_1 > p_2$

Je-li tlak $p_2 > p_1$, průběh je zakreslen na OBR. 10, to znamená, že nádoba je namáhána vnějším přetlakem.



OBR. 10 - VYKRESLENÍ NAPĚTÍ PŘI $p_1 < p_2$

Z OBR1.3.7 lze odvodit vztah pro výpočet konstanty C_1 z tečného σ_t a radiálního σ_r napětí.

$$\sigma_r + \sigma_t = 2C_1 \quad (1.3.19)$$

„Největší napětí jsou vždy na vnitřním poloměru nádoby, tedy $\sigma_r(r_1) = -p_1$ a $\sigma_t(r_1)$. Obvodová napětí na vnitřním a vnějším poloměru plynou ze vztahu (1.3.19) budou“^[2]

$$\begin{aligned} \sigma_t(r_1) &= 2C_1 + p_1 \\ \sigma_t(r_2) &= 2C_1 + p_2 \end{aligned} \quad (1.3.20)$$

Napětí v tlustostěnných nádobách jsou nejčastěji tlaková, nejvíce namáhána jsou vnitřní vlákna nádoby.

1.3.3. URČENÍ PODMÍNEK PEVNOSTI

Určení podmínek pevnosti závisí na využití známých pevnostních hypotéz. Pro tlustostěnné nádoby určujeme podmínku pevnosti pro nejvíce namáhanou část nádoby, to je v místě přetlaku, na vnitřním povrchu.

Nádoba je nejvíce namáhán hlavními napětími v bodech:

$$\sigma_1 = \sigma_{t1}; \quad \sigma_2 = -p_1; \quad \sigma_3 = \sigma_0 \quad \text{pro uzavřenou nádobu}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{t1}; \quad \sigma_2 = -p_1; \quad \sigma_3 = 0 \quad \text{pro otevřenou nádobu}$$

Při použití tvárných materiálů tlustostěnných nádob je nejčastěji používána Guestova hypotéza (maximální smykové napětí τ). Guestova hypotéza podle Mohrové kružnice říká, že největší průměr kružnice odpovídá nejvyššímu dovolenému napětí.

Další druhy podmínek pevnosti pro různé analytické řešení tlakových nádob otevřených a uzavřených je uvedeno v tabulce.

Tlaková nádoba	$p_1 > p_2$	$p_2 > p_1$
Uzavřená	$\begin{aligned} \sigma_t(r_1) - \sigma_r(r_1) &= \\ &= \sigma_t(r_1) + p_1 \leq \sigma_D \end{aligned} \quad (1.3.21)$	$\begin{aligned} \sigma_r(r_1) - \sigma_t(r_1) &= \\ &= -(p_1 + \sigma_t(r_1)) \leq \sigma_D \end{aligned} \quad (1.3.22)$
Otevřená	$\begin{aligned} \sigma_t(r_1) - \sigma_r(r_1) &= \\ &= \sigma_t(r_1) + p_1 \leq \sigma_D \end{aligned} \quad (1.3.23)$	$-\sigma_t(r_1) \leq \sigma_D \quad (1.3.24)$

TABULKA 1

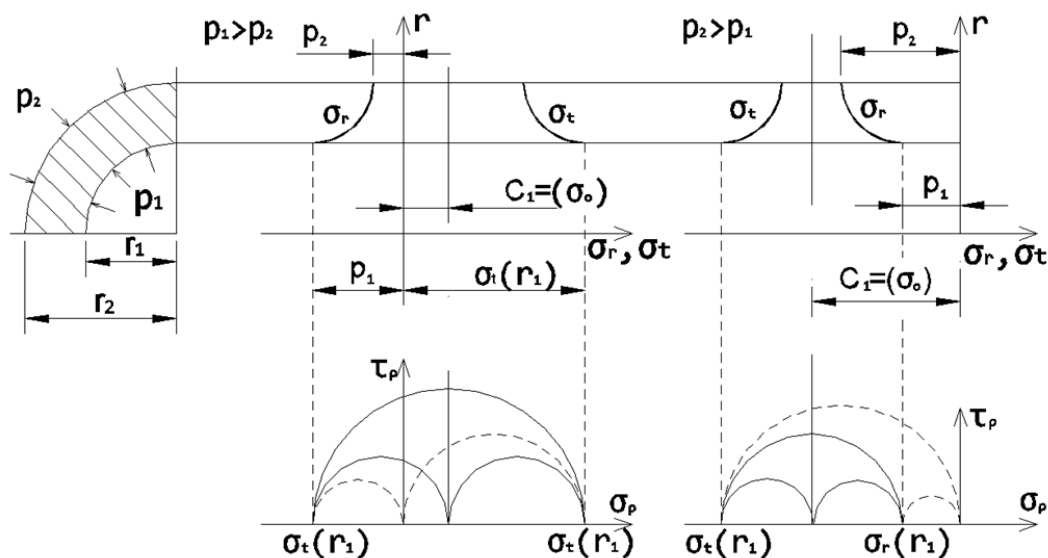
Dosazením $\sigma_r(r_1)$ z rovnic 1.3.21 nebo 1.3.23 do rovnice 1.3.19 bude platit algebraickými úpravami podmínka dle vztahu, kde σ_D je dovolené napětí.

$$2(C_1 + p_1) \leq \sigma_D \quad (1.3.25)$$

Dalším dosazením za integrační konstantu C_1 ze vztahu 1.3.18 a matematickými úpravami získáme vztah pro rozdíl tlaků Δp .

$$\Delta p = p_1 - p_2 \leq \frac{\sigma_D}{2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) \quad (1.3.26)$$

Vykreslení Mohrovy kružnice pro nejvíce namáhaný vnitřní poloměr nádoby, je na obrázku OBR. 11. Pro uzavřenou nádobu budou čáry Mohrové kružnice vykresleny plnou čarou. Pro otevřenou nádobu budou tyto čáry vykresleny čárkovanou čarou.



OBR. 11 – VYKRESELNÍ REKUDKOVANÉHO NAPĚTÍ GUESTOVA HYPOTÉZA
POMOCÍ MOHROVÉ KRUŽNICE

Další používanou hypotézou pro tlakové nádoby je HMH hypotéza (von Mises stress)

HMH hypotéza „bere za základ srovnání distorzní deformační energie. Dvě napjatosti jsou ekvivalentní, mají-li stejnou distorzní energii.“^[3] Potom platí

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2} \quad (1.3.27)$$

Je-li známo hlavní napětí pak se hypotéza následně upraví do jednoduššího tvaru

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \quad (1.3.28)$$

1.3.4. PŘETVOŘENÍ PLÁŠTĚ TLUSTOSTĚNNÉ NÁDOBY

Vlivem působení vnějšího a vnitřního přetlaku dochází k deformaci nádoby. Tato deformace se projeví v přetvoření pláště a případnou konečnou změnou poloměru r_1 a r_2 . Tuto deformaci v radiálním směru lze odvodit jako poměrnou deformaci ε_r využitím rovnice pro poměrnou obvodovou deformaci ε_t a její následnou matematickou úpravou. Kde E je modul pružnosti v tahu a μ je Poissonův poměr příčné kontrakce.

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} = \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_r - \mu\sigma_o) \quad (1.3.29)$$

Výpočet vnitřního Δr_1 a vnějšího Δr_2 poloměru přetvoření uzavřené nádoby:

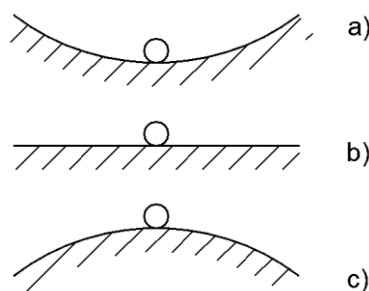
$$\begin{aligned} \Delta r_1 &= \frac{r_1}{E}[\sigma_t(r_1) + \mu(p_1 - \sigma_o)] \\ \Delta r_2 &= \frac{r_2}{E}[\sigma_t(r_2) + \mu(p_2 - \sigma_o)] \end{aligned} \quad (1.3.30)$$

2. STABILITA PRUTŮ

2.1. ELASTICKÁ STABILITA V PRUŽNOSTI A PEVNOSTI

Ve statické kontrole stability rozeznáváme tři základní druhy rovnováhy tuhého tělesa:

- Stabilní – pro vychýlení tělesa musí na těleso působit práce (OBR. 12.a)
- Indiferentní – při malém posuvu tělesa nedochází k práci, těleso zůstává stabilní (OBR. 12.b)
- Labilní – při malém vychýlení tělesa dochází ke ztrátě stability, těleso opustí rovnovážnou polohu a začne se pohybovat zrychleným pohybem (OBR. 12.c)



OBR. 12 – TYP STABILITY

U elastického materiálu můžeme považovat výchylku za možnou deformaci, i když kritéria pro stabilitu zůstávají stejná.

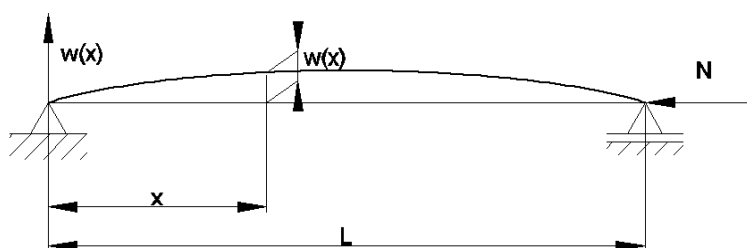
Pojem stabilita je pro každý typ jiného zatěžovaného materiálu různá. Tyč tlačena tlakem p se deformuje vybočením prutu, kdežto tenký drát namáhaný kroucením se může zdeformovat do šroubovice.

V těchto případech může nastat ztráta stability vlivem plastických deformací, změnou vnitřních statických účinků nebo vlivem deformace tělesa. Ztráta stability je spojena se ztrátou jednoznačnosti vlastního řešení dané úlohy.

2.2. VZPĚR PŘÍMÝCH PRUTŮ

Jedná se o jednu ze základních úloh stability.

Základní přímý případ vzpěru tyče je, máme-li dostatečně dlouhou a tenkou tyč, která je zatížena v těžišti silou, na jedné straně je ukotvena pevnou kloubovou vazbou a na druhé straně je ukotvena kloubovou posuvnou vazbou (OBR. 13.)



OBR. 13- ZÁKLADNÍ PŘÍPAD ULOŽENÍ TYČE

Síla N je maximální kritická síla, která odpovídá tzv. indiferentnímu stavu rovnováhy soustavy. Při překročení této kritické síly bude prut následně deformován v obecném bodě x ohybovým momentem M_o .

$$M_o(x) = Nw(x) \quad (2.2.1)$$

V takovém případě se tlaková síla N zanedbává. Uvažuje se pouze deformace od ohybového momentu, který je kolmý k ose prutu. Tato deformace se dále stanoví pomocí přibližné rovnice průhybové čáry.

$$w''(x) = \frac{M_o(x)}{EJ} = \frac{Nw(x)}{EJ} \quad (2.2.2)$$

dále provedeme substituci $\alpha^2 = \frac{N}{EJ}$, a získáme vztah

$$w''(x) + \alpha^2 w(x) = 0 \quad (2.2.3)$$

Následně upravený tvar rovnice má podobu homogenní diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty.

$$w(x) = C_1 e^{\alpha i x} + C_2 e^{-\alpha i x} = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x \quad (2.2.4)$$

Zjištění integračních konstant plyne z okrajových podmínek posuvu, kde $w(0) = 0$ a $w(L) = 0$.

Dosazením první podmínky $w(0)$ do rovnice (2.2.4), se vztah zjednoduší $0 = A0 + B$, kde $B = 0$.

Využitím druhé počáteční podmínky vyplyne vztah $A \sin \alpha L = 0$.

Těmto vyjádřeným vztahům vyhovují dva způsoby dosazení za integrační koeficient A

- a) $A = 0$, jestliže platí tato podmínka, pak $\sin \alpha L$ může být jakékoli číslo od 0 do 1, potom síla N může být libovolná, není kritická, proto k deformaci tělesa nedojde.
- b) $A \neq 0$, je-li podmínka A nenulová, pak je $\sin \alpha L = 0$, jedná se o netriviální řešení. Argument αL poté musí nabývat konkrétních hodnot.

$$\alpha L = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \dots = k\pi \quad (2.2.5)$$

kde k je celé kladné číslo.

Stabilita je z matematického hlediska problém vlastních čísel, který je udáván rovnicí (2.2.5). V této podobě říká, že každému vlastnímu číslu odpovídá určitá velikost síly N , při které dochází k příčné deformaci. Tyto síly vyvolávají indiferentní stav rovnováhy prutu. Potom tyto síly N odpovídají kritickým silám N_{kr} daného řešeného prutu, jelikož $A \neq 0$.

$$w(x) = A \sin k\pi \frac{x}{L} \quad (2.2.6)$$

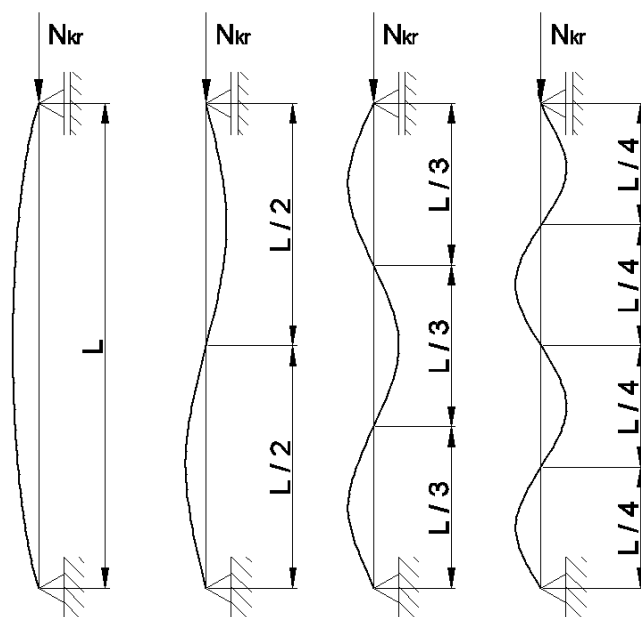
Nejmenší hodnota kritické síly N_{kr} plyne ze vztahu (2.2.5) pro $\alpha L = \pi$, kde $\alpha^2 = \frac{\pi^2}{L^2}$,

$$\begin{aligned} \frac{N_{kr}}{EJ} &= \frac{\pi^2}{L^2} \\ \text{nebo} \quad N_{kr} &= \frac{\pi^2 EJ}{L^2} \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Výrazu (2.2.7) se říká Eulerův vzorec kritické vzpěrné síly. Pro násobky k bude tento vzorec rozšiřován, v podobě $k = 2, 3, 4$

$$N_{kr} = \frac{4\pi^2 EJ}{L^2}, \frac{9\pi^2 EJ}{L^2}, \frac{16\pi^2 EJ}{L^2} \dots$$

Každému rozšíření základního vzorce odpovídá jiná průhybová křivka.



OBR. 14 – TYPY PRŮHYBOVÝCH KŘIVEK

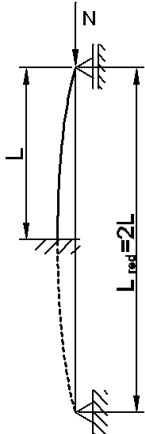
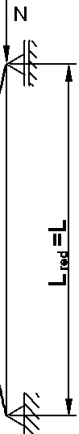
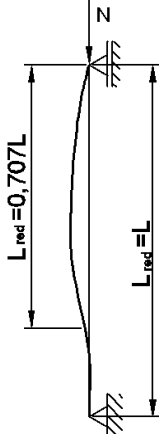
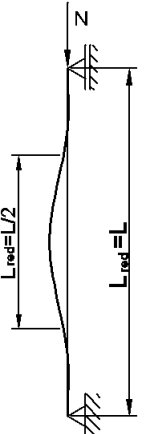
Zvýšení kritické síly N_{kr} a zvýšení únosnosti tyče může být dosaženo přidáním podpěr zabraňujících deformaci. Ke zvýšení této kritické síly dojde, zvýšíme-li počet sinusových křivek deformací, tím dojde ke zmenšení výchylky.

Ztráta stability tyče nastává v rovině nejmenší ohybové tuhosti daného prutu, proto je potřeba znát ve výpočtu kvadratický moment J . Za J dosazujeme vždy nejmenší hodnotu.

Z tohoto důvodu hrají velkou roli ve ztrátě stability průřezy s rozdílnými hlavními centrálními momenty součásti J_{min} a J_{max} . Pruty s rozdílnými momenty setrvačnosti jsou velmi nevhodné z hlediska vzpěru.

2.3. EULEROVY VZORCE PRO RŮZNÉ DRUHY ULOŽENÍ PRUTŮ

Eulerův vzorec pro kritickou sílu vzpěru, lze získat integrací diferenciální rovnice průhybové křivky. Případy jsou řešeny ze základního typu úlohy, kdy je prut uložen na koncích v kloubových vazbách, typ II. Postupy výpočtů pro další typy uložení jsou analogické. Základní čtyři typy uložení prutů a jejich výpočty kritické síly N_{kr} jsou uvedeny v TABULCE 2:

	I	II	III	IV
				
L_{red}	$2L$	L	$0,707L$	$L/2$
$N_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{L_{red}^2} = \frac{\beta \pi^2 EJ_{min}}{L^2}$				
N_{kr}	$\frac{\pi^2 EJ_{min}}{4L^2}$	$\frac{\pi^2 EJ_{min}}{L^2}$	$\frac{2\pi^2 EJ_{min}}{L^2}$	$\frac{4\pi^2 EJ_{min}}{L^2}$
β	$1/4$	1	2	4

TABULKA 2

2.4. KRITICKÉ NAPĚTÍ

Při výpočtu Kritické síly N_{kr} , lze zjistit kritické napětí pro vzpěr prutu. Toto napětí vychází z odvození Hookeova zákona, platící do překročení meze úměrnosti materiálu σ_u . Odvození napětí vychází z diferenciální rovnice průhybové čáry, nebo-li deformace prutu.

$$\sigma_{kr} \leq \sigma_u \quad (2.4.1)$$

Napětí kritické se vypočte ze vztahu

$$\sigma_{kr} = \frac{N_{kr}}{S} \quad (2.4.2)$$

Kde S je plocha prutu, σ_{kr} je napětí kritické.

Kritické Eulerovo napětí pro jednotlivé typy příkladu I, II, III, IV, se stanoví z dosazení rovnic (2.2.7) do rovnice (2.4.2). V obecném řešení bude za β redukovanou délkou dosazováno z tabulky 2.

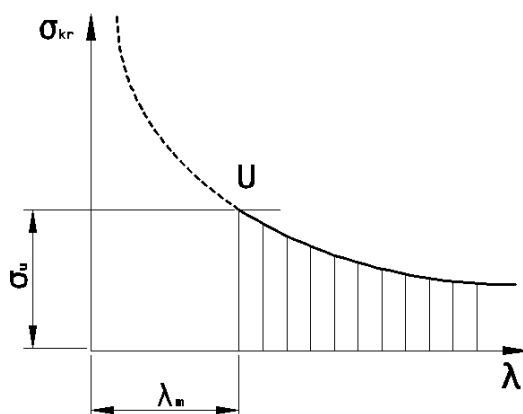
$$\sigma_{kr} = \frac{\beta \pi^2 E J_{min}}{L^2 S} \quad (2.4.3)$$

kde $i_{min}^2 = \frac{J_{min}}{S}$, pak

$$\sigma_{kr} = \frac{\beta \pi^2 E}{\left(\frac{L}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\beta \pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.4.4)$$

kde $\lambda = \frac{L}{i_{min}}$. λ je štíhlostní poměr, nebo štíhlost prutu.

Pomocí Eulerovy hyperboly, je vidět závislost kritického napětí σ_{kr} na štíhlosti prutu λ na Obr. 15.



OBR. 15- ZÁVISLOST KRITICKÉHO NAPĚTÍ VŮČI ŠTÍHLOSTI

Bod U , ležící na souřadnicích λ_m a σ_u , udává horní mez kritického napětí. λ_m je mezní štíhlost prutu, která se určí ze vztahu (3.4.2).

$$\lambda_m = \sqrt{\frac{\beta \pi^2 E}{\sigma_u}} \quad (2.4.5)$$

Z úprav vztahu (2.4.5) je zřejmé, že mezní štíhlost se mění podle použití okrajových podmínek, tedy podle typu uložení prutu. Pro základní čtyři typy uložení prutu jsou prezentovány výpočty mezní štíhlosti.

3. ANALYTICKÝ VÝPOČET SOUČÁSTÍ TLAKOVÉ KOMORY PRO UNIVERZÁLNÍ ZKUŠEBNÍ ZAŘÍZENÍ

Analytické výpočty budou provedeny pro součásti měřicí sestavy tlakové komory. Tyto výpočty porovnáme s výpočty MKP - Metoda konečných prvků. Následně je analyzujeme. Sestava se skládá z těchto částí: Čelist měřicí, Čelist rotační, Plášť komory, Prstenec, Trn, Víko, Vložka.

3.1. ANALYTICKÝ VÝPOČET – TEORIE TLUSTOSTĚNNÝCH NÁDOB

3.1.1. VÝPOČET PRSTENCE

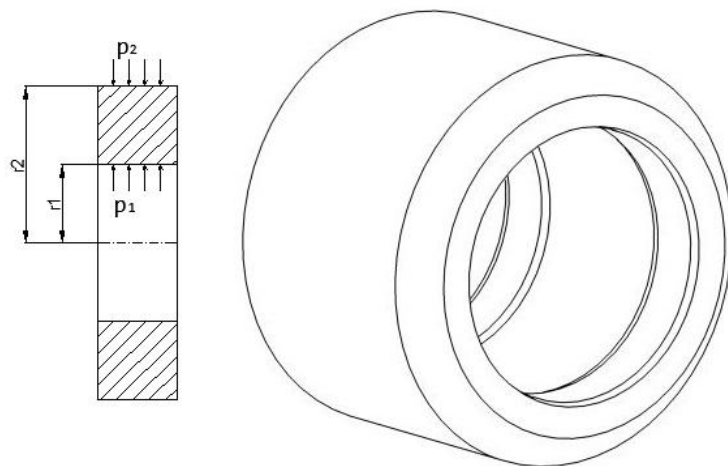
Prstenec slouží, jako vnější kryt hlavního pláště komory a působí na něj vnitřní přetlak $p_1 = 25 \text{ MPa}$, vnější přetlak $p_2 = 0 \text{ MPa}$,

Geometrie prstence: vnitřní poloměr $r_1 = 40,8 \text{ mm}$, vnější poloměr $r_2 = 60 \text{ mm}$.

Materiálové vlastnosti: prstenec je zhotoven z oceli ČSN 11600, pro tento materiál je modul pružnosti v tahu $E = 210000 \text{ MPa}$, Poissonova konstanta $\mu = 0,3$.

Model prstence a výpočtový model je v (OBR. 16.).

Výpočet provedeme jako otevřenou tlustostěnnou tlakovou nádobu $\sigma_o = 0 \text{ MPa}$.



OBR. 16- VÝPOČTOVÝ MODEL PRSTENCE

Výpočet integrační konstanty C_1

$$C_1 = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$C_1 = \frac{25 \cdot 40,8^2 - 0 \cdot 60^2}{40,8^2 - 60^2}$$

$$C_1 = 21,503$$

Výpočet integrační konstanty C_2

$$C_2 = (p_1 - p_2) \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$C_2 = (25 - 0) \frac{40,8^2 \cdot 60^2}{60^2 - 40,8^2}$$

$$C_2 = 7,741 \cdot 10^4$$

Radiální napětí $\sigma_r(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_r(r_1) = C_1 - \frac{C_2}{r_1^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = 21,503 - \frac{7,741 \cdot 10^4}{40,8^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = -25 \text{ MPa}$$

Radiální napětí $\sigma_r(r_2)$ pro poloměr r_2

$$\sigma_r(r_2) = C_1 - \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$\sigma_r(r_2) = 21,503 - \frac{7,741 \cdot 10^4}{60^2}$$

$$\sigma_r(r_2) = 0 \text{ MPa}$$

Tečné napětí $\sigma_t(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_t(r_1) = C_1 + \frac{C_2}{r_1^2}$$

$$\sigma_t(r_1) = 21,503 + \frac{7,741 \cdot 10^4}{40,8^2}$$

$$\sigma_t(r_1) = 68,006 \text{ MPa}$$

Tečné napětí $\sigma_t(r_2)$ pro poloměr r_2

$$\sigma_t(r_2) = C_1 + \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$\sigma_t(r_2) = 21,503 + \frac{7,741 \cdot 10^4}{60^2}$$

$$\sigma_t(r_2) = 43,006 \text{ MPa}$$

Výpočet redukovaného napětí, využitím HMM hypotézy a Guestovy hypotézy

Guestova hypotéza

$$\sigma_{red}^G = \sigma_{MAX} - \sigma_{MIN} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = \sigma_t(r_1) - \sigma_r(r_1) \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = 68,006 - (-25)$$

$$\sigma_{red}^G = 93,006 MPa$$

Hypotéza HMM (Huber-Mises-Hencky)

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_t(r_1)^2 + \sigma_r(r_1)^2 - \sigma_t(r_1) \cdot \sigma_r(r_1)} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{68,006^2 + (-25)^2 - 68,006 \cdot (-25)}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = 83,366 MPa$$

Přetvoření pláště, výpočet poměrného prodloužení poloměru r_1 a poloměru r_2

$$\Delta r_1 = \frac{r_1}{E} [\sigma_t(r_1) + \mu(p_1 - \sigma_o)]$$

$$\Delta r_1 = \frac{40,8}{210000} [68,006 + 0,3(25 - 0)]$$

$$\Delta r_1 = 1,5 \cdot 10^{-2} mm$$

$$\Delta r_2 = \frac{r_2}{E} [\sigma_t(r_2) + \mu(p_2 - \sigma_o)]$$

$$\Delta r_2 = \frac{60}{210000} [43,006 + 0,3(0 - 0)]$$

$$\Delta r_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} mm$$

3.1.2. VÝPOČET PLÁŠTĚ KOMORY

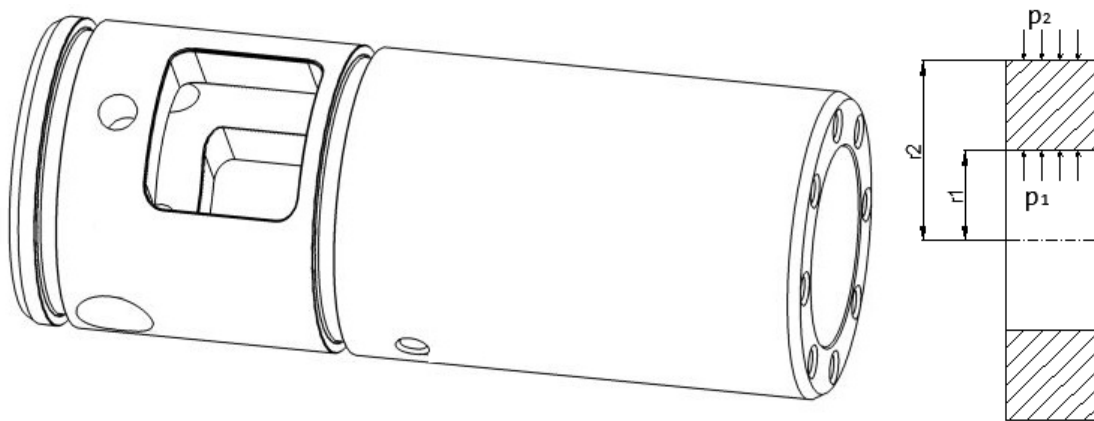
Na plášť komory působí vnitřní přetlak $p_1 = 25 \text{ MPa}$, vnější přetlak $p_2 = 0 \text{ MPa}$.

Geometrie modelu: vnitřní poloměr $r_1 = 26 \text{ mm}$, vnější poloměr $r_2 = 40 \text{ mm}$.

Materiálové vlastnosti: plášť komory je zhotoven z oceli ČSN 11600, pro tento materiál je modul pružnosti v tahu $E = 210000 \text{ MPa}$, Poissonova konstanta $\mu = 0,3$.

Model prstence a výpočtový model je na OBR. 17.

Výpočet provedeme jako otevřenou tlustostěnnou tlakovou nádobu $\sigma_o = 0 \text{ MPa}$.



OBR. 17 – VÝPOČTOVÝ MODEL PLÁŠTĚ KOMORY

Výpočet integrační konstanty C_1

$$C_1 = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$C_1 = \frac{25 \cdot 26^2 - 0 \cdot 40^2}{40^2 - 26^2}$$

$$C_1 = 18,29$$

Výpočet integrační konstanty C_2

$$C_2 = (p_1 - p_2) \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$C_2 = (25 - 0) \frac{26^2 \cdot 40^2}{40^2 - 26^2}$$

$$C_2 = 2,92 \cdot 10^4$$

Radiální napětí $\sigma_r(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_r(r_1) = C_1 - \frac{C_2}{r_1^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = 18,29 - \frac{2,92 \cdot 10^4}{26^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = -25 MPa$$

Radiální napětí $\sigma_r(r_2)$ pro poloměr r_2

$$\sigma_r(r_2) = C_1 - \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$\sigma_r(r_2) = 18,29 - \frac{2,92 \cdot 10^4}{40^2}$$

$$\sigma_r(r_2) = -3,72 \cdot 10^{-15} MPa$$

Těčné napětí $\sigma_t(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_t(r_1) = C_1 + \frac{C_2}{r_1^2}$$

$$\sigma_t(r_1) = 18,29 + \frac{2,92 \cdot 10^4}{26^2}$$

$$\sigma_t(r_1) = 61,58 MPa$$

Těčné napětí $\sigma_t(r_2)$ pro poloměr r_2

$$\sigma_t(r_2) = C_1 + \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$\sigma_t(r_2) = 18,29 + \frac{2,92 \cdot 10^4}{40^2}$$

$$\sigma_t(r_2) = 36,58 MPa$$

Výpočet redukovaného napětí, využitím HMM hypotézy a Guestovy hypotézy

Guestova hypotéza

$$\sigma_{red}^G = \sigma_{MAX} - \sigma_{MIN} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = \sigma_t(r_1) - \sigma_r(r_1) \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = 61,58 - (-25)$$

$$\sigma_{red}^G = 86,58 MPa$$

Hypotéza HMM (Huber-Mises-Hencky)

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_t(r_1)^2 + \sigma_r(r_1)^2 - \sigma_t(r_1)\sigma_r(r_1)} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{61,58^2 + (-25)^2 - 61,58 \cdot (-25)}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = 77,17 \text{ MPa}$$

Přetvoření pláště, výpočet poměrného prodloužení poloměru r_1 a poloměru r_2

$$\Delta r_1 = \frac{r_1}{E} [\sigma_t(r_1) + \mu(p_1 - \sigma_o)]$$

$$\Delta r_1 = \frac{26}{210000} [61,58 + 0,3(25 - 0)]$$

$$\Delta r_1 = 8,55 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\Delta r_2 = \frac{r_2}{E} [\sigma_t(r_2) + \mu(p_2 - \sigma_o)]$$

$$\Delta r_2 = \frac{40}{210000} [36,58 + 0,3(0 - 0)]$$

$$\Delta r_2 = 6,96 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

3.1.3. VÝPOČET TRNU

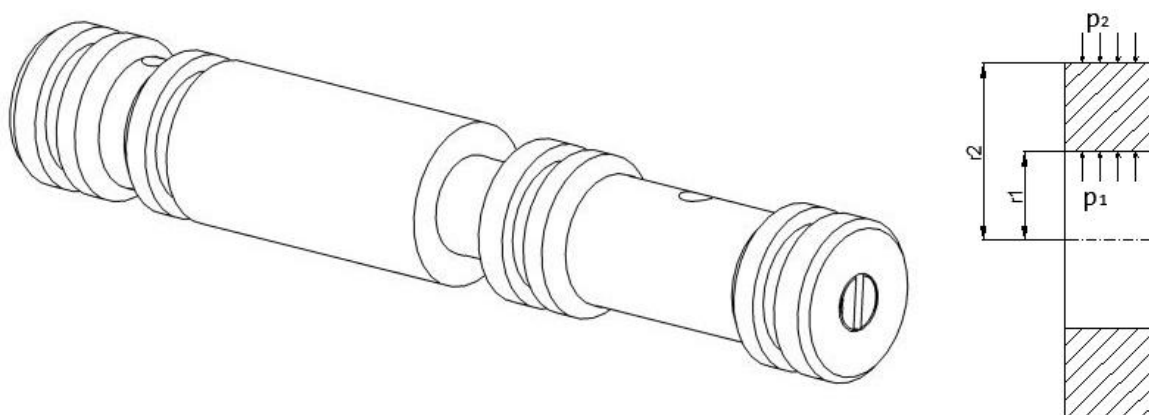
Trn slouží k rozvodu tlaku do požadovaných testovacích míst. Trn je namáhán vnitřním přetlakem $p_1 = 25\text{MPa}$, vnější přetlakem $p_2 = 0\text{MPa}$.

Geometrie modelu: vnitřní poloměr rozváděcí trubice $r_1 = 2\text{mm}$, vnější poloměr $r_2 = 9,5\text{mm}$.

Materiálové vlastnosti: trn je zhotoven z oceli ČSN 11500, pro tento materiál je modul pružnosti v tahu $E = 206000\text{MPa}$, Poissonova konstanta $\mu = 0,3$.

Model prstence a výpočtový model je na OBR. 18.

Výpočet provedeme jako otevřenou tlustostěnnou tlakovou nádobu $\sigma_o = 0\text{MPa}$.



OBR. 18 – VÝPOČTOVÝ MODEL TRNU

Výpočet integrační konstanty C_1

$$C_1 = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$C_1 = \frac{25 \cdot 2^2 - 0 \cdot 9,5^2}{9,5^2 - 2^2}$$

$$C_1 = 1,15$$

Výpočet integrační konstanty C_2

$$C_2 = (p_1 - p_2) \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$C_2 = (25 - 0) \frac{2^2 \cdot 9,5^2}{9,5^2 - 2^2}$$

$$C_2 = 1,04 \cdot 10^{-4}$$

Radiální napětí $\sigma_r(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_r(r_1) = C_1 - \frac{C_2}{r_1^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = 1,15 - \frac{1,04 \cdot 10^{-4}}{2^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = -25MPa$$

Radiální napětí $\sigma_r(r_2)$ pro poloměr r_2

$$\sigma_r(r_2) = C_1 - \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$\sigma_r(r_2) = 1,15 - \frac{1,04 \cdot 10^{-4}}{9,5^2}$$

$$\sigma_r(r_1) = 0MPa$$

Těčné napětí $\sigma_t(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_t(r_1) = C_1 + \frac{C_2}{r_1^2}$$

$$\sigma_t(r_1) = 1,15 + \frac{1,046 \cdot 10^{-4}}{2^2}$$

$$\sigma_t(r_1) = 27,31MPa$$

Těčné napětí $\sigma_t(r_1)$ pro poloměr r_1

$$\sigma_t(r_2) = C_1 + \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$\sigma_t(r_2) = 1,15 + \frac{1,04 \cdot 10^{-4}}{9,5^2}$$

$$\sigma_t(r_2) = 2,31MPa$$

Osové napětí σ_o

$$\sigma_o = C_1$$

$$\sigma_o = 1,15MPa$$

Výpočet redukovaného napětí, využitím HMM hypotézy a Guestovy hypotézy

Guestova hypotéza

$$\sigma_{red}^G = \sigma_{MAX} - \sigma_{MIN} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = \sigma_t(r_1) - \sigma_r(r_1) \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = 27,319 - (-25)$$

$$\sigma_{red}^G = 52,319 \text{ MPa}$$

Hypotéza HMM (Huber-Mises-Hencky)

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_t(r_1)^2 + \sigma_r(r_1)^2 + \sigma_o^2 - (\sigma_t(r_1)\sigma_r(r_1) + \sigma_t(r_1)\sigma_o + \sigma_o\sigma_r(r_1))} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{27,31^2 + (-25)^2 + 1,15^2 - (27,31 \cdot (-25) + 27,31 \cdot 1,15 + 1,15 \cdot (-25))}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = 45,31 \text{ MPa}$$

Přetvoření pláště, výpočet poměrného prodloužení poloměru r_1 a poloměru r_2

$$\Delta r_1 = \frac{r_1}{E} [\sigma_t(r_1) + \mu(p_1 - \sigma_o)]$$

$$\Delta r_1 = \frac{2}{210000} [27,31 + 0,3(25 - 1,15)]$$

$$\Delta r_1 = 3,34 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\Delta r_2 = \frac{r_2}{E} [\sigma_t(r_2) + \mu(p_2 - \sigma_o)]$$

$$\Delta r_2 = \frac{9,5}{210000} [27,31 + 0,3(0 - 1,15)]$$

$$\Delta r_2 = 9,09 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$$

3.2. ANALYTICKÝ VÝPOČET – VZPĚR

3.2.1. VÝPOČET ROTAČNÍ ČELISTI NA VZPĚR

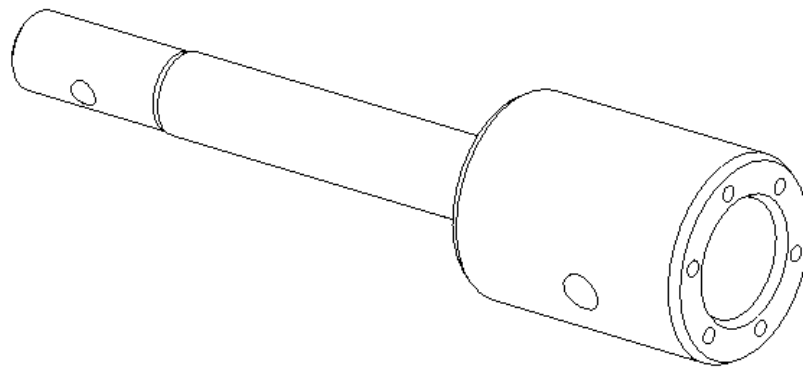
Rotační čelist slouží k uchycení testovaného vzorku. Tato součást je tažena pohyblivou částí a tím dochází k natahování vzorku. Proto tato součást bude kontrolována na vzpěr. Maximální silou, kterou může být součást namáhána je $F_{MAX} = 200kN$.

Geometrie modelu pro výpočet vzpěru: průměr prutu $\phi d = 21mm$, délka prutu $l = 102mm$.

Materiálové vlastnosti: rotační čelist je zhotovena z oceli ČSN 14260, pro tento materiál je modul pružnosti v tahu $E = 200000MPa$, Poissonova konstanta $\mu = 0,3$.

Model čelisti je na OBR. 19. výpočtový model je v TABULKCE 2 řešení pro případ I.

Výpočet kritického napětí, bude provedeno pro typ uložení 1, kdy $n_1 = 1$ a bezpečnost je volena $k = 3$



OBR. 19 – MODEL ROTAČNÍ ČELISTI

Kvadratický moment prutu J_x :

$$J_x = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$J_x = \frac{\pi \cdot 21^4}{64}$$

$$J_x = 9,547 \cdot 10^3 mm^4$$

Připustná kritická síla vzpěru F_{krit} :

$$F_{krit} = \frac{n_1}{k} \cdot \frac{J_x \cdot E \cdot \pi^2}{l^2}$$

$$F_{krit} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9,547 \cdot 10^3 \cdot 200000 \cdot \pi^2}{102^2}$$

$$F_{krit} = 603,747kN$$

Bezpečnosti k_s pro přípustnou sílu:

$$k_s = \frac{F_{krit}}{F}$$

$$k_s = \frac{603,747}{200}$$

$$k_s = 3,019$$

Plocha průřezu prutu S :

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$S = \frac{\pi \cdot 21^2}{4}$$

$$S = 346,361 \text{ mm}^2$$

Kritický tlak vzpěru P_{krit} :

$$P_{krit} = \frac{F_{krit}}{S}$$

$$P_{krit} = \frac{603747}{346,361}$$

$$P_{krit} = 1,743 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

3.3. ANALYTICKÝ VÝPOČET – KONCENTRACE NAPĚTÍ

3.3.1. VÝPOČET KONCENTRACE NAPĚTÍ PRO SOUČÁST VLOŽKA

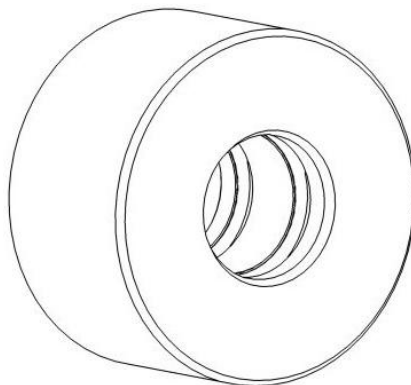
Vložka slouží k uchycení vodící části rotační čelisti. Ve vložce jsou vytvořeny dvě drážky pro připevnění těsnění mezi vložkou a rotační čelistí. Tato součást je namáhána pouze tlakem, ale z důvodu vrubu se v ní tvoří koncentrace napětí.

Maximální tlak, který je na vložku je $p = 25MPa$

Geometrie modelu pro výpočet koncentrace: vnitřní průměr $d_1 = 21mm$, vnější průměr $d_2 = 52mm$, vnitřní průměr vrubu je $d_3 = 25,6mm$, vnitřní zaoblení vrubu je $r = 0,6mm$.

Materiálové vlastnosti: rotační čelist je zhotovena z oceli ČSN 11600, pro tento materiál je modul pružnosti v tahu $E = 210000MPa$, Poissonova konstanta $\mu = 0,3$.

Model čelisti je na OBR.20.



OBR. 20 – MODEL VLOŽKY

Výpočet vnitřního obsahu S_1 :

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4}$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot 21^2}{4}$$

$$S_1 = 346,361mm^2$$

Výpočet vnitřního obsahu S_2 :

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4}$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot 52^2}{4}$$

$$S_2 = 2124mm^2$$

Rozdíl ploch S_1 a S_2 :

$$S = S_2 - S_1$$

$$S = 2124 - 346,361$$

$$S = 1777 \text{ mm}^2$$

Výpočet síly F pro tah/tlak:

$$F = p \cdot S$$

$$F = 25 \cdot 1777$$

$$F = 44,434 \text{ kN}$$

Výpočet tahu pro vyhledání z grafu nomogramu OBR elastické napjatosti:

Monogram koncentrace napětí „OBR. 8 $I2a^{[4]}$ “

$$Tah = \frac{4F}{\pi d_3}$$

$$Tah = \frac{4 \cdot 44434}{\pi \cdot 25,6}$$

$$Tah = 2,21 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Výpočet poměru pro vrub:

$$poměr_v = \frac{r}{d_3}$$

$$poměr_v = \frac{0,6}{25,6}$$

$$poměr_v = 0,023$$

Z poměru vrubu je koeficient napětí $\alpha = 2,8$

Napětí vrubu:

$$\sigma_{vrub} = \alpha \cdot p$$

$$\sigma_{vrub} = 2,9 \cdot 25$$

$$\sigma_{vrub} = 72,5 \text{ MPa}$$

3.4. ANALYTICKÝ VÝPOČET – TENKOSTĚNNÝCH DESEK

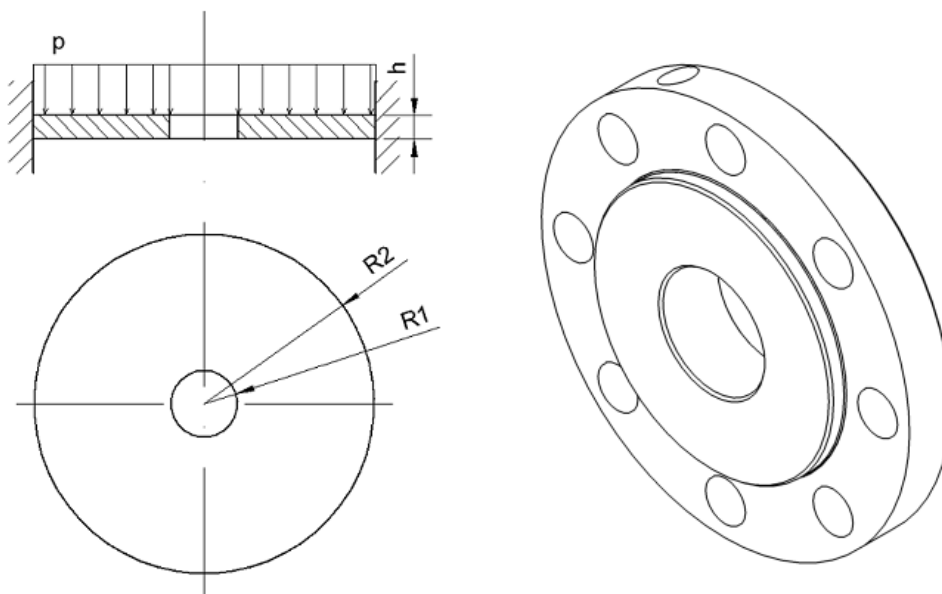
3.4.1. VÝPOČET NAPĚTÍ A PRŮHYBU DESKY

Víko slouží k zajištění vložky proti vysunutí z pláště komory. Na vložku působí tlak, který se jejím tlačněním promítá a tlačí na víko. Maximální tlak, který je na víko tlačěn $p = 25\text{MPa}$. Víko je připevněno osmi šrouby k plášti komory. Toto spojení si lze představit jako vetknutí.

Geometrie modelu pro výpočet průhybu desky a napětí: vnitřní průměr $d_1 = 22\text{mm}$, vnější průměr $d_2 = 52\text{mm}$, šířka desky $h = 10\text{mm}$.

Materiálové vlastnosti: rotační čelist je zhotovena z oceli ČSN 11600, pro tento materiál je modul pružnosti v tahu $E = 210000\text{MPa}$, Poissonova konstanta $\mu = 0,3$.

ZJEDNODUŠENÝ MODEL MODEL VÍKA JE NA OBR.21.



OBR. 21 – VÝPOČTOVÝ MODEL A MODEL VÍKA

Pro výpočet platí poměry poloměrů:

$$\rho = \frac{R}{r}$$

$$\rho = \frac{0,025}{0,011}$$

$$\rho = 2,272$$

$$\beta = \frac{r}{R}$$

$$\beta = \frac{0,011}{0,025}$$

$$\beta = 0,44$$

Ohybová tuhost desky:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \mu^2)}$$

$$D = \frac{210000 \cdot 0,01^3}{12(1 - 0,3^2)}$$

$$D = 346,361 \text{ mm}^2$$

Výpočetní úpravy:

$$k = \frac{(1 - \mu^2) \cdot \beta^2 + (1 + \mu^2)(1 + 4 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta)}{(1 - \mu) + (1 + \mu) \cdot \beta^2} \cdot \beta^2$$

$$k = \frac{(1 - 0,3^2) \cdot 0,44^2 + (1 + 0,3^2)(1 + 4 \cdot 0,44^2 \cdot \ln 0,44)}{(1 - 0,3) + (1 + 0,3) \cdot 0,44^2} \cdot 0,44^2$$

$$k = 0,12[-]$$

Radiální moment:

$$m_r = \frac{p \cdot R^2}{16} \cdot \left[\frac{(1 + \mu) \cdot (1 - k) + 4 \cdot \beta^2 - (3 - \mu) \cdot \rho^2 -}{(1 - \mu) \cdot k \cdot \frac{1}{\rho^2} + 4(1 + \mu) \cdot \beta^2 \cdot \ln \rho} \right]$$

$$m_r = \frac{25 \cdot 0,025^2}{16} \cdot \left[\frac{(1 + 0,3) \cdot (1 - 0,12) + 4 \cdot 0,44^2 - (3 - 0,3) \cdot 2,272^2 -}{(1 - 0,3) \cdot 0,12 \cdot \frac{1}{2,272^2} + 4(1 + 0,3) \cdot 0,44^2 \cdot \ln 2,272} \right]$$

$$m_r = 453,7 \text{ N}$$

Obvodový moment:

$$m_t = \frac{p \cdot R^2}{16} \cdot \left[\frac{(1 + \mu) \cdot (1 - k) + 4 \cdot \mu \cdot \beta^2 - (1 + 3 \cdot \mu) \cdot \rho^2 -}{(1 - \mu) \cdot k \cdot \frac{1}{\rho^2} + 4(1 + \mu) \cdot \beta^2 \cdot \ln \rho} \right]$$

$$m_t = \frac{25 \cdot 0,025^2}{16} \cdot \left[\frac{(1 + 0,3) \cdot (1 - 0,12) + 4 \cdot 0,3 \cdot 0,44^2 - (1 + 3 \cdot 0,3) \cdot 2,272^2 -}{(1 - 0,3) \cdot 0,12 \cdot \frac{1}{2,272^2} + 4(1 + 0,3) \cdot 0,44^2 \cdot \ln 2,272} \right]$$

$$m_t = -264,68 \text{ N}$$

Maximální průhyb víka v jeho středu:

$$w = \frac{p \cdot R^4}{64} \cdot [-1 + 2(1 - k - 2 \cdot \beta^2)(1 - \rho^2) + \rho^4 - 4k \cdot \ln \rho - 8 \cdot \beta^2 \cdot \rho^2 \cdot \ln \rho]$$

$$w = \frac{25 \cdot 0,025^4}{64} \cdot \left[-1 + 2(1 - 0,12 - 2 \cdot 0,44^2)(1 - 2,272^2) + 2,272^4 - 4 \cdot 0,12 \cdot \ln 2,272 - 8 \cdot 0,44^2 \cdot 2,272 \cdot \ln 2,272 \right]$$

$$w = 4,849 \cdot 10^{-3} mm$$

Radiální napětí:

$$\sigma_r = \frac{6 \cdot m_r}{h^2}$$

$$\sigma_r = \frac{6 \cdot 453,7}{0,01^2}$$

$$\sigma_r = 27,225 MPa$$

Obvodové napětí:

$$\sigma_t = \frac{6 \cdot m_t}{h^2}$$

$$\sigma_t = \frac{6 \cdot (-264,68)}{0,01^2}$$

$$\sigma_t = -15,88 MPa$$

Výpočet redukovaného napětí, využitím HMM hypotézy a Guestovy hypotézy

Guestova hypotéza

$$\sigma_{red}^G = \sigma_{MAX} - \sigma_{MIN} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = \sigma_r - \sigma_t \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^G = 27,225 - (-15,88)$$

$$\sigma_{red}^G = 43,105 MPa$$

Hypotéza HMM (Huber-Mises-Hencky)

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \cdot \sigma_t} \leq \sigma_{DOV}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{27,225^2 + (-15,88)^2 - 27,225 \cdot (-15,88)}$$

$$\sigma_{red}^{HMH} = 37,759 MPa$$

4. METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

4.1. ÚVOD DO METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Řešení matematické teorie pružnosti v uzavřeném tvaru je analytickou metodou velmi komplikované a lze je dopočítat jen v některých případech. V těchto analytických výpočtech jsou zatížení i materiálové charakteristiky zjednodušovány nebo zanedbávány, proto využití analytického řešení je značně omezené

Z tohoto důvodu, se v praxi pro složité modely a jejich výpočty, využívají metody numerické. V numerických metodách nám řešení vycházejí v číselných údajích v podobě posunutí, napětí, poměrných deformací a jiných požadovaných výsledcích.

V tabulce 3 a 4 lze vidět výhody a nevýhody těchto používaných metod.

Analytické metody	Výhody	<ul style="list-style-type: none">• Řešení napjatosti a deformace je dáno obecnými vztahy, které mohou být opakovány pro více součástí podobného druhu
		<ul style="list-style-type: none">• Možnost sledování dopadu jednotlivých faktorů na součásti
		<ul style="list-style-type: none">• Řešení přímých deformačních a napěťových úloh a k nim úlohy inverzní rozměrové a zatížení
	Nevýhody	<ul style="list-style-type: none">• Řešení je možné jen pro jednoduché případy
		<ul style="list-style-type: none">• Analytické řešení pomocí nekonečných řad snižuje výhodnost řešení

TABULKA 3

Numerické metody	Výhody	<ul style="list-style-type: none">• Možnost řešení konkrétní úlohy, která je matematicky popsána
		<ul style="list-style-type: none">• Výsledky jsou přímo v požadované číselné podobě
	Nevýhody	<ul style="list-style-type: none">• Řešení je jen pro konkrétní zadanou úlohu
		<ul style="list-style-type: none">• Při složitých úlohách jsou značné nároky na realizaci výpočtu
		<ul style="list-style-type: none">• Řešení inverzních úloh (rozměrové a zátěžové úlohy) jsou značně obtížné
		<ul style="list-style-type: none">• Tato řešení jsou ovlivněná numerickou chybou, ta se skládá z chyby zaokrouhlování a chyby použité metody

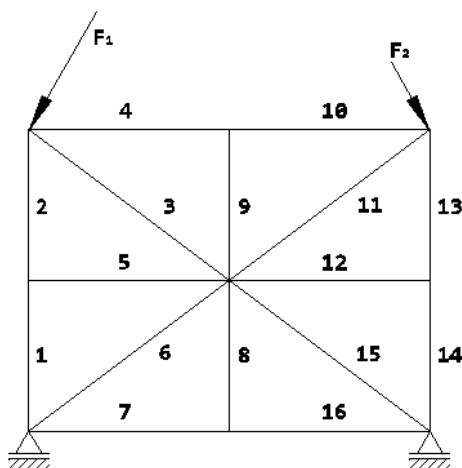
TABULKA 4

4.2. PODSTATA MKP – METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Řešení zadaného problému, vyplývá z konstrukce výpočtového modelu, který se vytvoří rozdělením původního výpočetního modelu na menší (fiktivní) známé části. Tyto části jsou nazývány konečnými prvky. Analýza těchto prvků je poměrně jednoduchá a pro velkou většinu částí stejná.

K řešení metodou konečných prvků je potřeba formulovat podmínky, zajišťující vzájemné působení mezi konečnými prvky konstrukce, tak aby tyto prvky tvořily společný celek. Tím bude zajištěna rovnováha a kompatibilita řešené konstrukce. Pomocí těchto známých podmínek se řeší neznáme silové nebo deformační faktory. Řešení nastává nejprve na vnějších prvcích a následně i uvnitř.

Takto navržený algoritmus analýzy je dobře propracován pro řešení prutových soustav. Konečným prvkem zde, je prut, tedy element, který je jednorozměrný a je navazován pouze v bodech tedy metoda bodová. Tím řešení prutových soustav, kde jediným společným místem je společný bod, nám dává při konečném vytvoření analýzy dává určitý konečný počet prvků (OBR. 21)



OBR. 22 – PRUTOVÁ KONSTRUKCE ŘEŠENÁ V MKP

MKP dovoluje takto řešit i vícerozměrné úlohy, kdy model je prostorový, a tím jsou pro řešení takové úlohy nezbytné elementy pro řešení v prostoru. Model se rozdělí na určitý počet prvků daných rozměrů, tyto prvky na sebe navzájem působí ve společných bodech, ale i na společných hranách, případně plochách, proto skutečný počet stykových prvků není u více rozměrných elementů přesně znám.

Pro jednorozměrné prvky můžeme formulovat základní rovnice mezi okrajovými podmínkami sil a posuvů pomocí matic. Ty se sestavují v tzv. globální matici tuhosti. Pro vícerozměrné prvky nelze přesně vytvořit tuto matici tuhosti, je příliš složitá.

4.3. POSTUP PŘÍ ŘEŠENÍ METODOU KONEČNÝCH PRVKŮ:

Postup při řešení MKP lze rozdělit do tří základních fází:

a) Rozdělení výpočtového modelu na prvky

Volba tvaru prvku záleží na typu úlohy. Pro rovinnou konstrukci se obvykle používají trojúhelníkové nebo obdélníkové elementy, nebo se volí elementy se zakřivenými hranami. Body styku jsou ve vrcholech těchto prvků, nebo mohou být ještě přidány body ve středech hran. Pro trojrozměrné úlohy jsou elementy obdobné jako pro rovinné. Používají se elementy čtyřstěnu, šestistěnu a podobně.

Přímé rozdělení tělesa nebo konstrukce na jednotlivé prvky je intuitivní a závisí na požadované přesnosti výpočtu a rychlosti.

b) Analýza prvku - stanovení matice poddajnosti, nebo matice tuhosti

Každý prvek v modelu je ovlivněn okrajovými podmínkami. Takovýto prvek vzdoruje posuvům podle geometrických a fyzikálních vlastností. Tyto všechny aspekty se zapisují do matice tuhost nebo poddajnosti.

c) Analýza konstrukce

Analýza modelu nebo konstrukce je souhrn všech užitých prvků, tedy vytvoření globální matice tuhosti nebo poddajnosti celé konstrukce. Je to vlastní začlenění každého prvku a jeho vlivu na celý výpočetní model. Pro vytvoření globální matice se musí jednotlivé matice každého prvku transformovat z lokálního souřadného systému do globálního.

d) Okrajové podmínky

Interpretování okrajových podmínek. To jsou vnější známé síly které působí na součást. Okrajové podmínky jsou v podobě tlaku, Síly, Momentu, vazební reakce apod.

e) Vlastní řešení

Zařízení (počítač) po zadání všech potřebných parametrů k výpočtu, provede vlastní numerický výpočet.

f) Vyhodnocení výsledků

Při dokončení řešení, je potřeba zkontrolovat vyřešené výsledky, zda-li se součást chová podle předpokladů. Dál se tyto výsledky mohou porovnat s jinými dostupnými údaji o chování součásti. Pomocí MKP můžeme řešit statické, dynamické, teplotní úlohy a jiné.

4.4. SOFTWARE PRO NUMERICKOU SIMULACI

Pro numerickou simulaci byl použit program Patran 2008r2, který slouží k vytvoření modelu a jeho a úpravě pro výpočet. Jako výpočetní program byl použit software MD Nastran R3c od firmy MSC Software.

4.4.1. PATRAN

Patran je světově nejrozšířenější pre/post-procesorový software pro řešení MKP. Patran poskytuje modelování, síťování a další úpravy pro výpočet řešeného problému. Výpočetní analýzu daného projektu Patran řeší pomocí početního softwaru například MSC Nastran, Marc, Abaqus, LS-DYNA, ANSYS, Pam-Crash a další.

Designéři, inženýři, a MKP analytici se při vytváření a analyzování virtuálních modelů potýkají s řadou zdoluhavých, časově náročných úkolů. Patří k nim vytváření CAD geometrie a její následná úprava pro výpočet. Patran má ruční nebo automatické síťování upraveného modelu. Umožňuje vytváření a editace vstupních okrajových podmínek. Lze v něm provést úpravy fyzikálních vlastností řešeného modelu a konečné připravení modelu pro analýzu v různých řešitelích.

Práce v Pre-procesu je stále široce považována za nejvíce časově náročnou. Pracovní čas v CAE (počítačové inženýrství) strávený nad úpravou modelu k výpočtu je až 60% z celkového času uživatele na jednom úkolu.

Patran poskytuje bohatou sadu nástrojů, které umožňují jednoduší vytváření modelů pro různé druhy analýz a to například lineární a nelineární řešení, pro statické, dynamické, tepelné a jiné úlohy v metodě konečných prvků. Patran má nástroje pro geometrickou editaci, které usnadňují jednoduché zacházení při práci s modely z jiných CAD modelářů. Je také vybaven svými modelovacími nástroji, které umožňují tvorbu modelů od úplného začátku ve svém programovém rozhraní.

Patran usnadňuje vytvářet konečnoprvkové modely. Sítě jsou řešeny pomocí automatického podprogramu. Vytvářená síť je snadno editována na jednotlivých površích řešeného modelu. Patran je navržen taktéž pro manuální práci se sítí, tato metoda poskytuje větší kontrolu nad konečnoprvkovým modelem určeným k výpočtu. Patran lze využít pro kombinaci obou metod síťování.

Program je vybaven editací okrajových podmínek, splňující stejné zatěžující vlastnosti, které má model v praxi, tak aby výsledky co nejvíce odpovídaly reálnému stavu, ve které je řešená součást provozována.

Patran je velice komplexní a poskytuje optimalizaci modelu k rychlému získání výsledků svých návrhů.

Nejdůležitější funkce programu PATRAN:

- Nástroje k vytvoření geometrie pro efektivní modelování konečných prvků
- Snadná editaci CAD geometrii
- Nastavení vstupních dat na konečné prvky
- Post-processing a nástroje pro snadné vyhodnocení výsledků

4.4.2. MD NASTRAN

MD Nastran je integrovaný simulační systém s širokou škálou spolupráci vědních oborů pro analýzu modelů vytvořenou technologií CAE. MD Nastran umožňuje řešiteli simulovat od jednoduché součásti, až po složité sestavy. Lze v něm provádět rozmanité virtuální simulace.

MD Nastran může být použit pro vícenásobné studium CAE, včetně multi-fyzikálních analýz. Kromě všech schopností MSC Nastran, MD Nastran nabízí kompletní sadu nelineární analýzy, umožňuje teplotní úlohy, řešení akustiky a také umožňuje kombinaci analýz mezi různými obory, jako jsou například tepelné a strukturální analýzy.

Nejdůležitější funkce MD Nastran:

- Multidisciplinární optimalizace
- Multifyzikální řešení pro vyšší přesnost
- Integrované pre/post procesory

MD Nastran se v praxi používá v průmyslu pro výpočty:

- Letecký a vojenský průmysl: Pozemní zatížení, zatížení letu, motory, blatníky, konstrukce, aerodynamika
- Automobilový průmysl: dynamika vozidel, pískání brzd, motory, těsnění, pohonné ústrojí
- Těžké strojní zařízení: Stavební zařízení, zemědělské stroje a zařízení,
- Strojní zařízení: Dopravní systémy, stavební stroje a zařízení
- Lékařské: Kardiovaskulární, krevních vaků

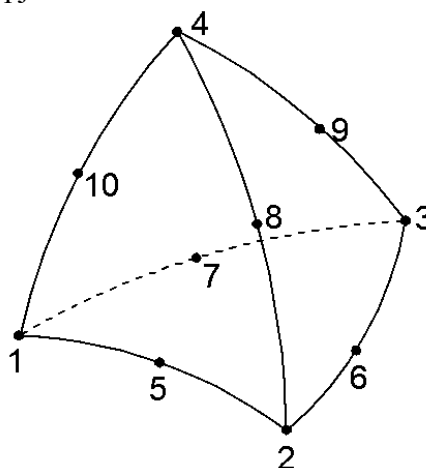
5. NUMERICKÁ SIMULACE

Numerická simulace tlakové komory pro univerzální zkušební zařízení pomocí metody konečných prvků.

Modely byly vytvořeny v programu Autodesk® Inventor® Profesionál 2010, které byly dále importovány do programu Patran. Tyto modely byly následně upraveny, vysíťovány a nakonec vypočteny programem MSC Nastran.

Pro vysíťování všech modelu byl použit prvek:

Solid (CHEXA) z knihovny MD Nastran, což je 3-D prvek 10 uzlový (OBR. 23) čtyřboký (Tetrahedra). 3-D prvky jsou vzájemně spojené ve vrcholech, hranách nebo stěnách. Každý uzel prvku má 3 stupně volnosti, posuvy ve třech osách. Tyto prvky se používají pro prostorovou napjatost.



OBR. 23 – ČTYŘBOKÝ PRVEK

Matice tuhosti čtyřbokého jehlanu:

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z \end{bmatrix} \quad (5.1.1)$$

Všechny simulované výsledky v MKP budou řešeny pro porovnání hypotézou HMMH (von Mises stress)

5.1. NUMERICKÁ SIMULACE PRSTENCE POMOCÍ MKP

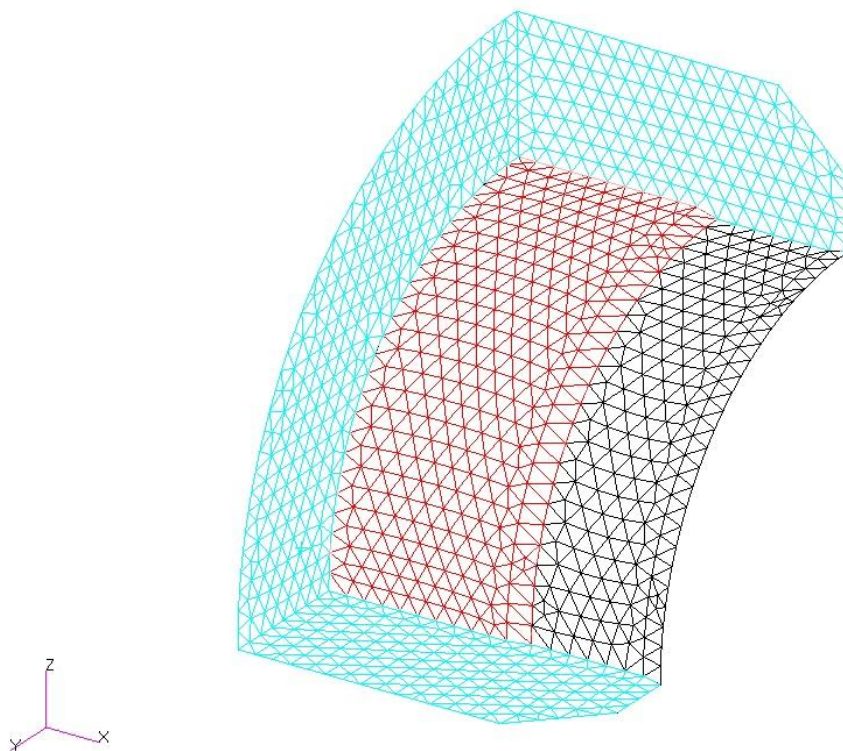
Zadané hodnoty pro analytický výpočet jsou vypsány v kapitole 3.1.1.

Při úpravě modelu pro výpočet použijeme symetrie v souřadnicích $[X, Y, Z]$ pro zjednodušení výpočtu, protože součást je rotačně symetrická ve všech svých osách. Prstenec je opřen o plášť komory, tudíž dochází zabránění posunu v radiálním směru v cylindrickém souřadném systému v místě opření.

Na OBR. 24 je vykreslena část prstence, se zadanými okrajovými podmínkami, vykreslenou konečnoprvkovou sítí.

Shrnutí MKP modelu: Prvky: 33363

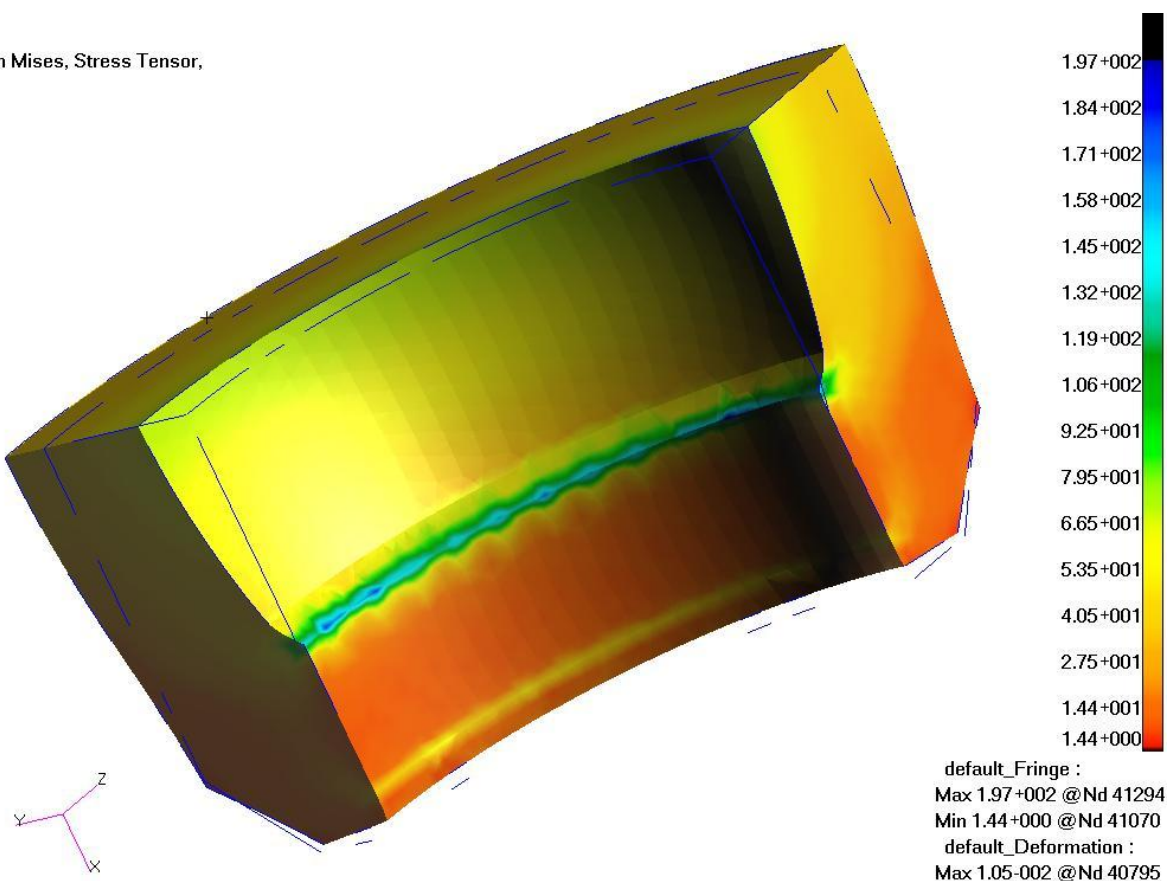
Uzly: 48259



OBR. 24 – MODEL PRSTENCE PRO VÝPOČET V MKP

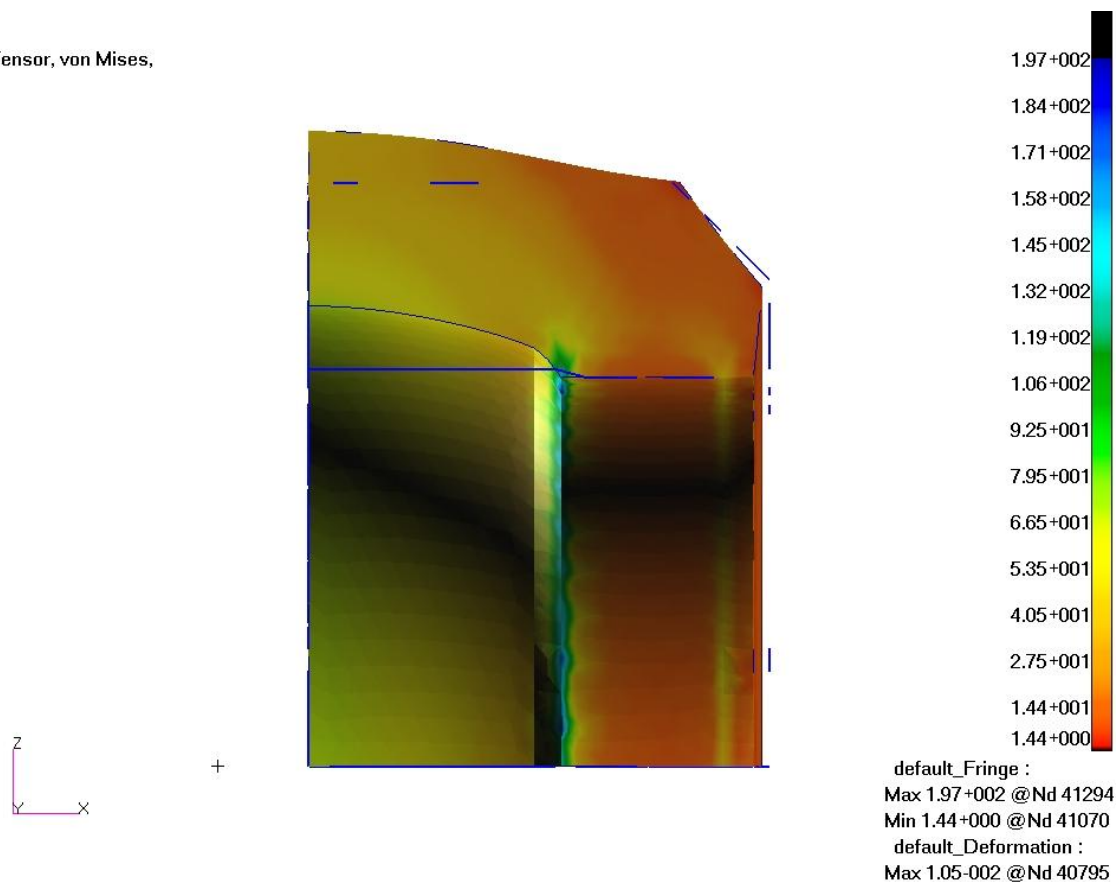
Pro všechny výpočtové modely budou použity stejné grafické úpravy: červené plochy znamenají rozprostření a působení tlaku na model, modré plochy značí místa kde jsou aplikovány vazby, černé plochy jsou zde předepsány žádné okrajové podmínky.

von Mises, Stress Tensor,



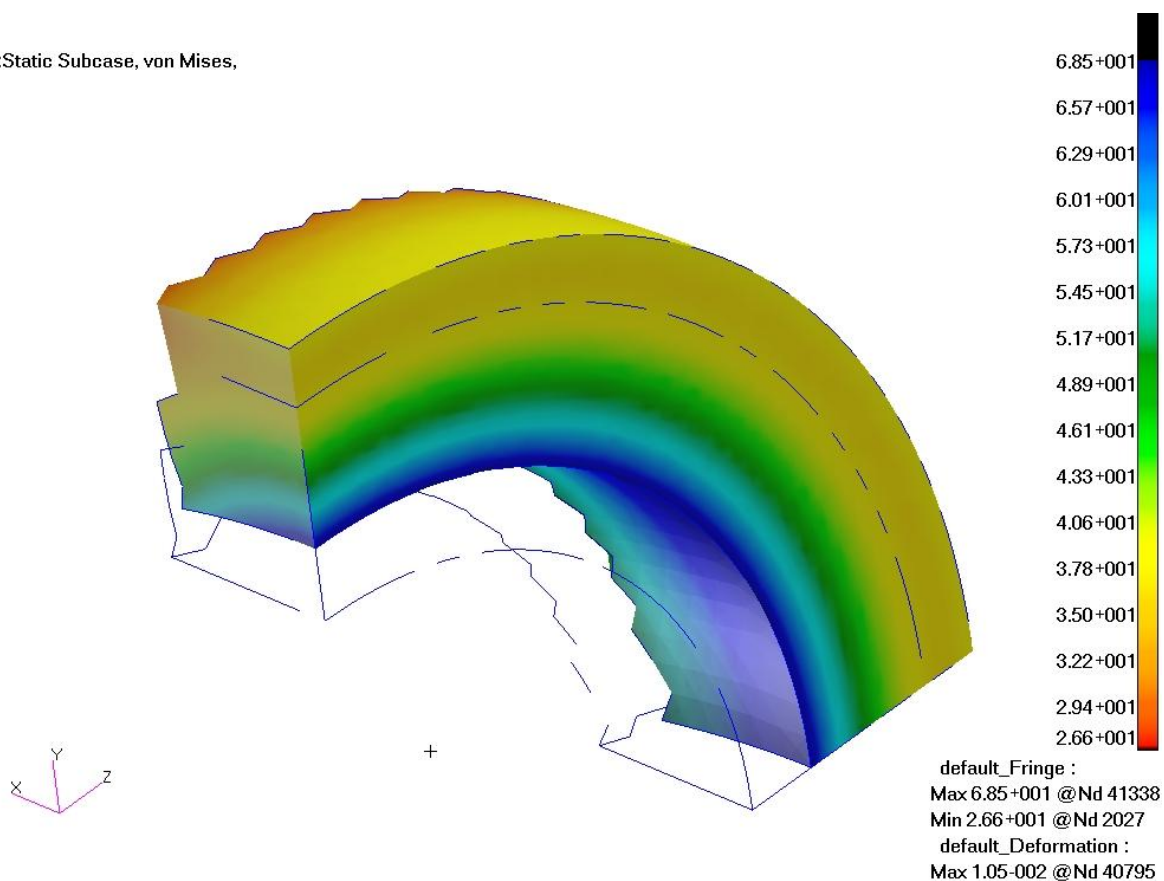
OBR. 25 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ PRO MODEL PRSTENEC

Stress Tensor, von Mises,



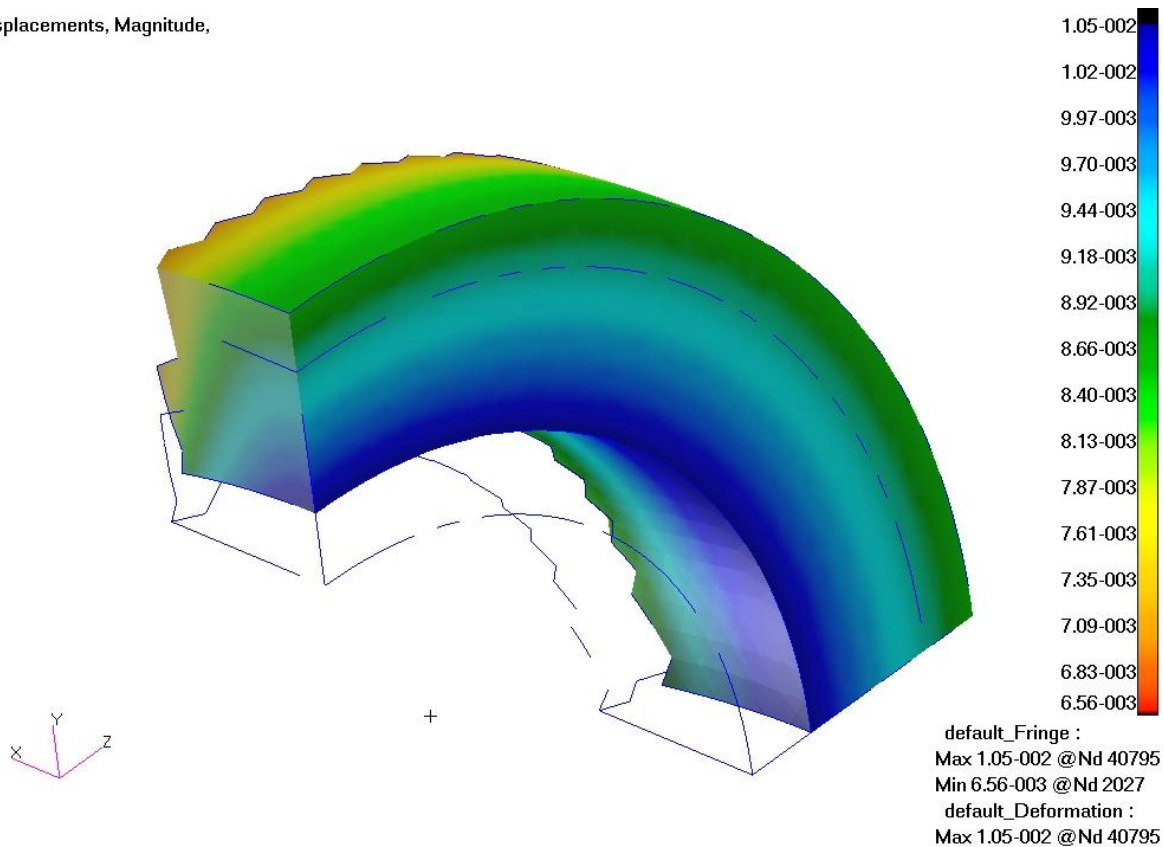
OBR. 26- REDUKOVANÉ NAPĚTÍ PRO MODEL PRSTENCE - POHLED ČELNÍ

A4:Static Subcase, von Mises,



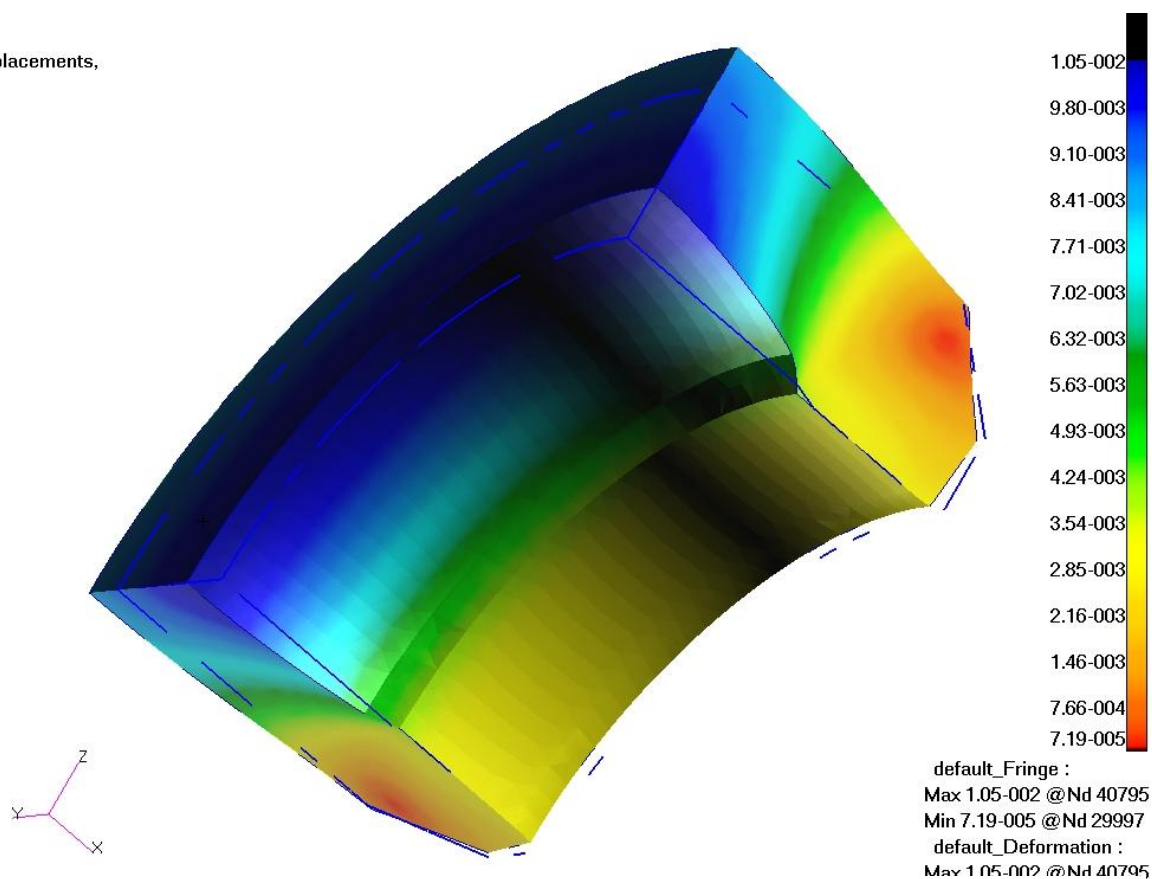
OBR. 28 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ PRO DETAIL MODELU PRSTENCE – KONTROLA TEORIE TLUSTOSTĚNNÝCH NÁDOB

Displacements, Magnitude,



OBR. 27 - PRODLOUŽENÍ DETAILU MODELU PRSTENCE – VYKRESLENÍ POMĚRNÝCH PRODLOUŽENÍ

Displacements,



OBR. 29 - PRODLOUŽENÍ CELÉ SOUČÁSTI

Redukované napětí řešené metodou HMM pro celý Prstenec (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí na součásti: $\sigma_{max}^{HMH} = 1,97 \cdot 10^2 MPa$

Napětí prstence OBR. 27, které se chová, jako otevřená tlaková nádoba je v místě třetí symetrie,

Redukované napětí pro tlustostěnnou nádobu $\sigma_{red}^{HMH} = 6,85 \cdot 10^1 MPa$

Deformace (Displacement):

Deformace na vnitřním poloměru (OBR. 28) r_1 : $\Delta r_1 = 1,05 \cdot 10^{-2} mm$

Deformace na vnějším poloměru (OBR. 28) r_2 : $\Delta r_2 = 8,66 \cdot 10^{-3} mm$

5.2. NUMERICKÁ SIMULACE PLÁŠTĚ KOMORY POMOCÍ MKP

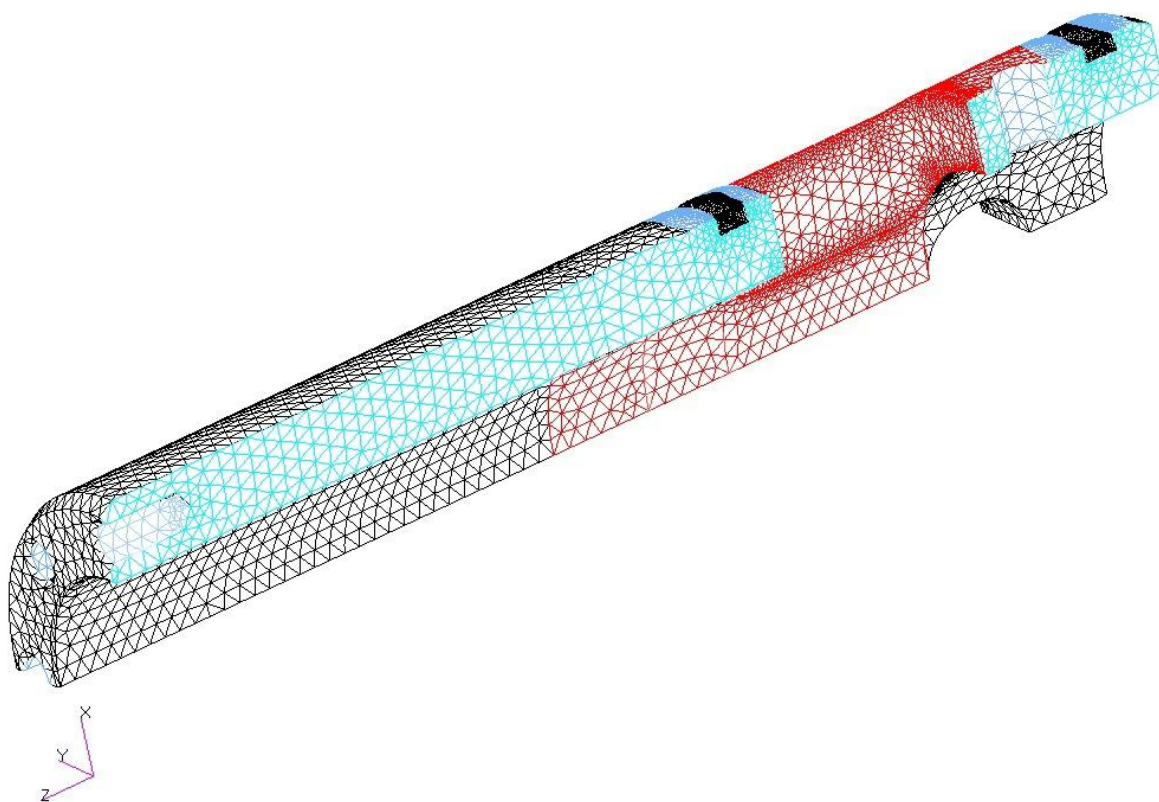
Zadané hodnoty pro výpočet jsou rozepsány v kapitole 3.1.2.

Při úpravě modelu pro výpočet použijeme symetrie v souřadnicích $[x,y]$ pro zjednodušení výpočtu, protože součást je rotačně symetrická ve dvou svých osách. Plášť komory je uchycen šrouby, dále je plášť komory pojištěn kolíkem, který slouží k připevnění vzorku, čelisti měřící a trnu tím bude v místě dotyku zabráněno radiální deformaci. Dále bude z vnitřní strany nasazen na prstence, tudíž v místě dotyku dochází zabránění posunu taktéž v radiálním směru.

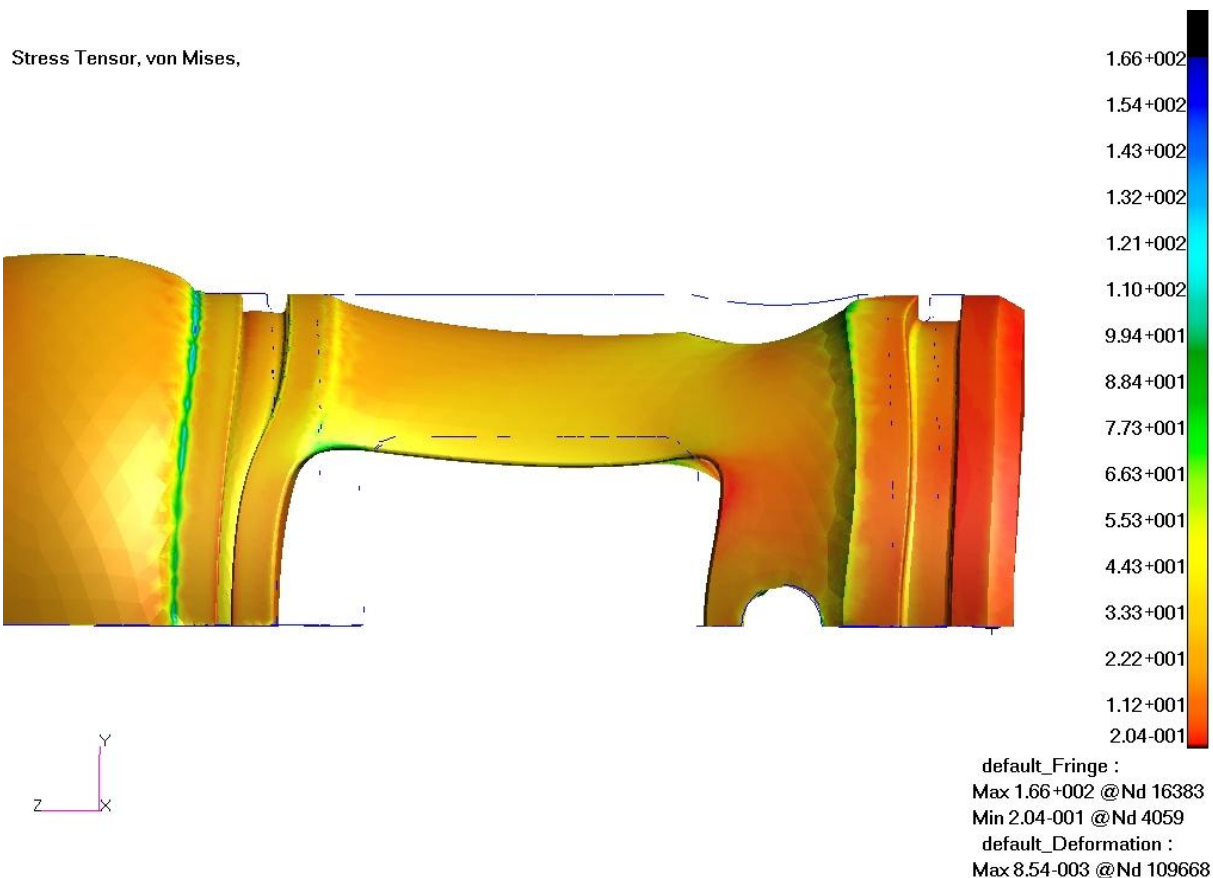
Na OBR. 30 je vykreslena část pláště komory, se zadanými okrajovými podmínkami, vykreslenou a konečnoprvkovou sítí.

Shrnutí MKP modelu: Prvky: 67791

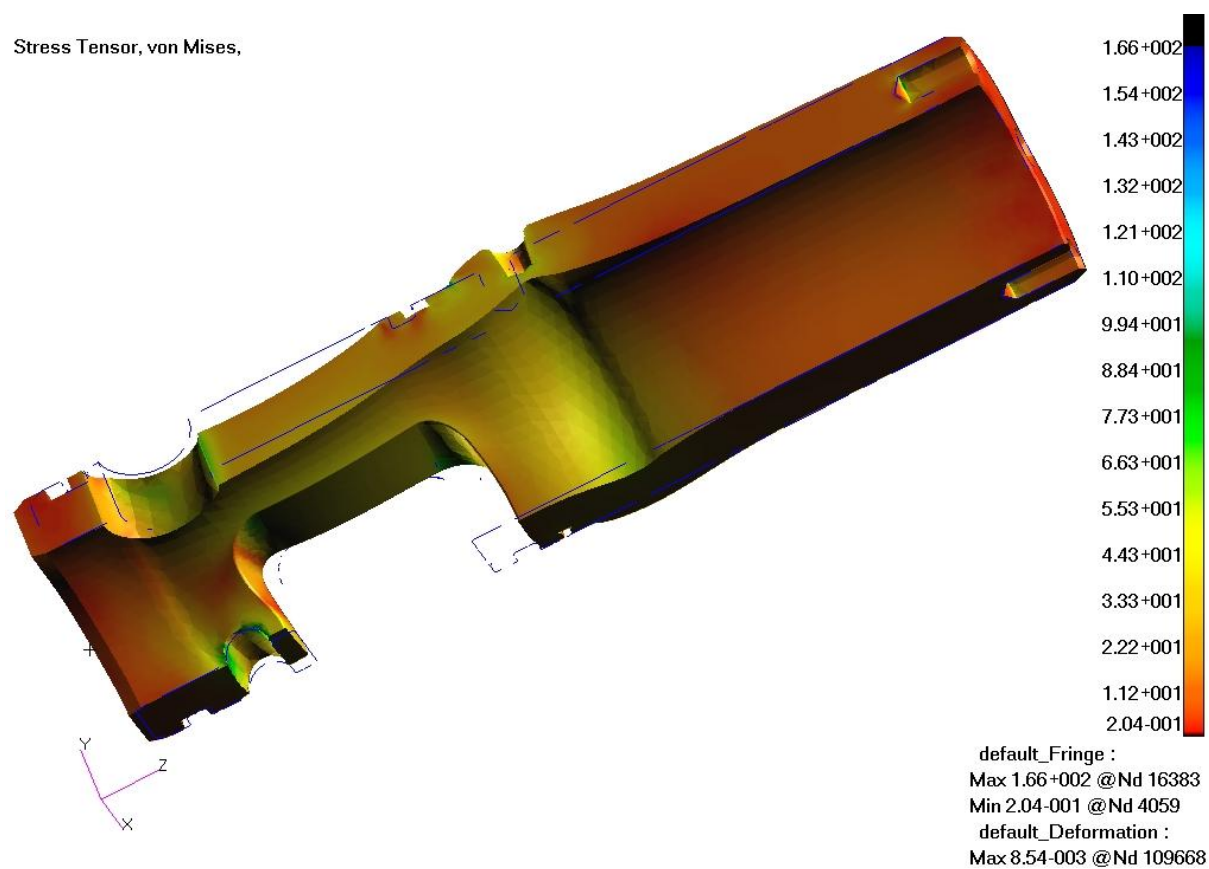
Uzly: 109823



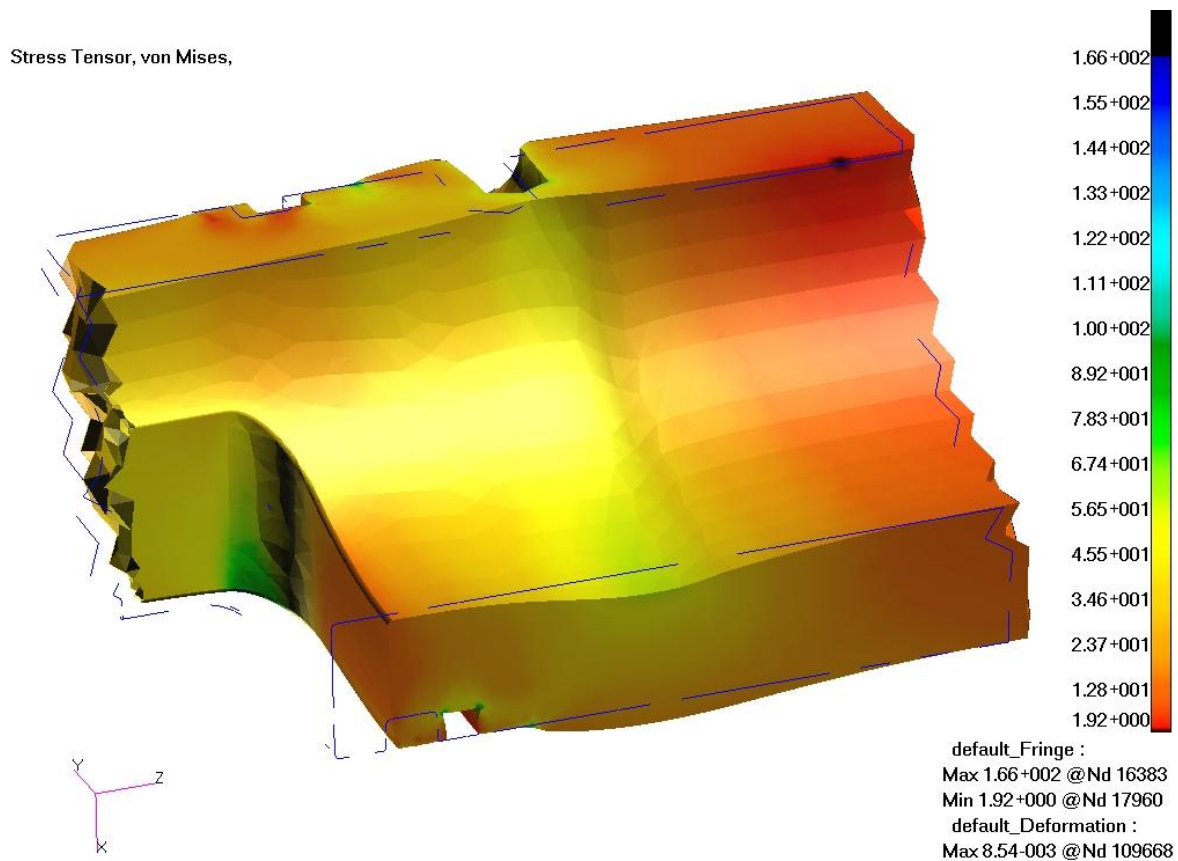
OBR. 30 - MODEL PLÁŠTĚ KOMORY PRO VÝPOČET V MKP



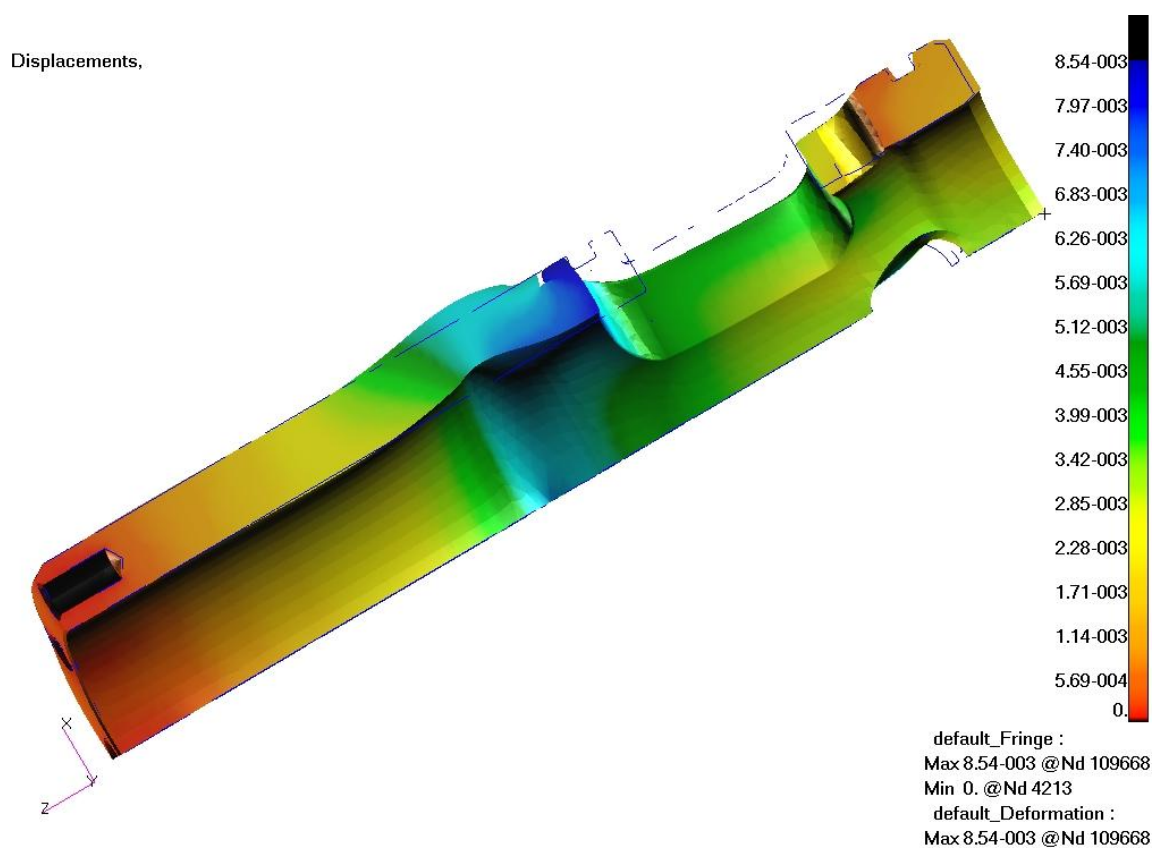
OBR. 32 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ VÝŘEZ Z OBLASTI PŮSOBENÍ NEJVĚTŠÍHO ZATÍŽENÍ



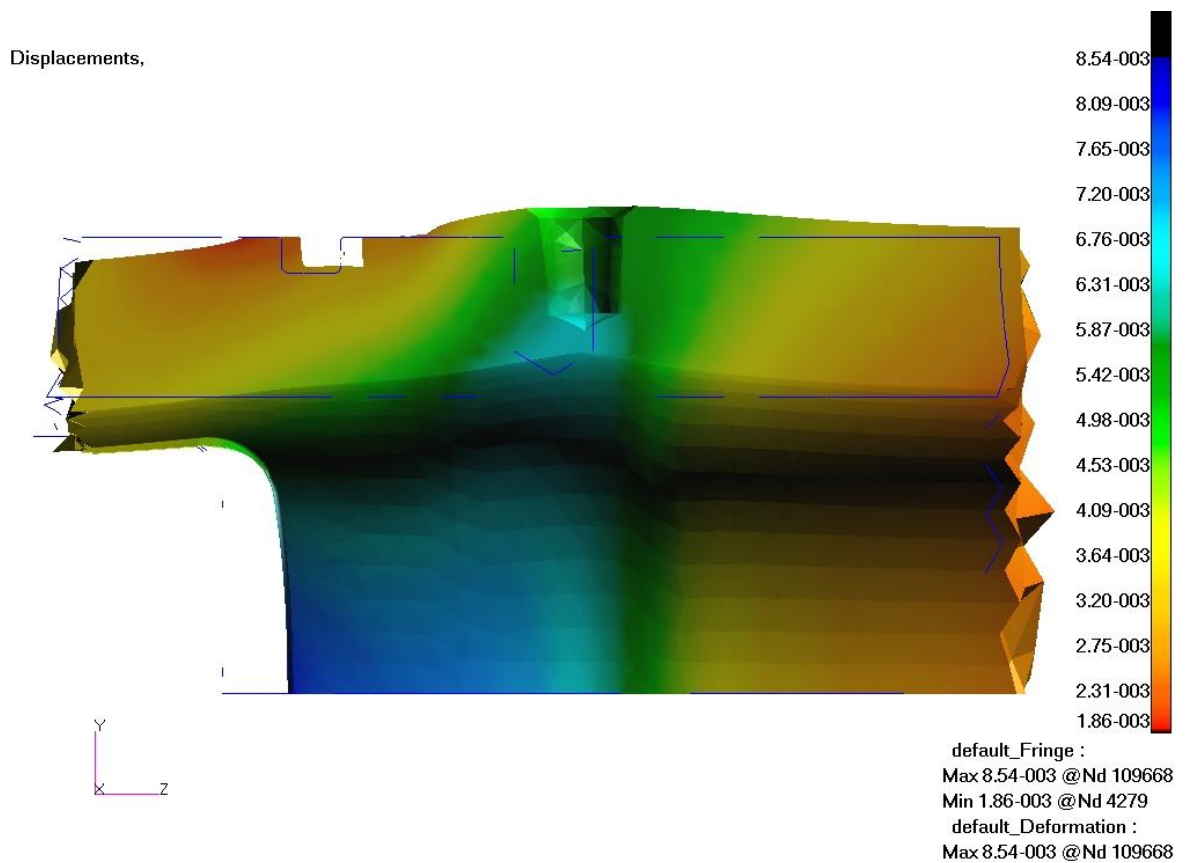
OBR. 31 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ – VÝŘEZ Z OBLASTI PŮSOBENÍ TLAKU NA VÝKROJ V NÁDOBĚ



OBR. 34 - VÝŘEZ PLÁŠTĚ KOMORY PRO ZOBRAZENÍ REDUKOVANÉHO NAPĚTÍ PRO POROVNÁNÍ S VÝPOČTY NÁDOB:



OBR. 33 - PRODLOUŽENÍ SOUČÁSTI NA CELÉM MODELU



OBR. 35 - VÝŘEZ SOUČÁSTI PRO UPLATNĚNÍ TEORIE TLUSTOSTĚNNÝCH NÁDOB A JEHO POROVNÁNÍ S ANALYTICKÝM VÝPOČTEM – POMĚRNÁ DEFORMACE SOUČÁSTI

Redukované napětí řešené metodou HMM pro Plášť komory (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí na součásti (OBR. 31): $\sigma_{max}^{HMM} = 1,66 \cdot 10^2 MPa$

Napětí pláště komory se chová jako otevřená tlaková nádoba. Tato teorie platí v místě, kde nedochází ke koncentraci napětí a na vnější obvod nepůsobí jiná součást (Prstenec).

Redukované napětí pro tlustostěnnou nádobu (OBR. 33) $\sigma_{red}^{HMM} = 5,65 \cdot 10^1 MPa$

Deformace (Displacement) podle OBR. 35:

Deformace na vnitřním poloměru r_1 : $\Delta r_1 = 6,31 \cdot 10^{-3} mm$

Deformace na vnějším poloměru r_2 : $\Delta r_2 = 5,42 \cdot 10^{-3} mm$

5.3. NUMERICKÁ SIMULACE TRNU POMOCÍ MKP

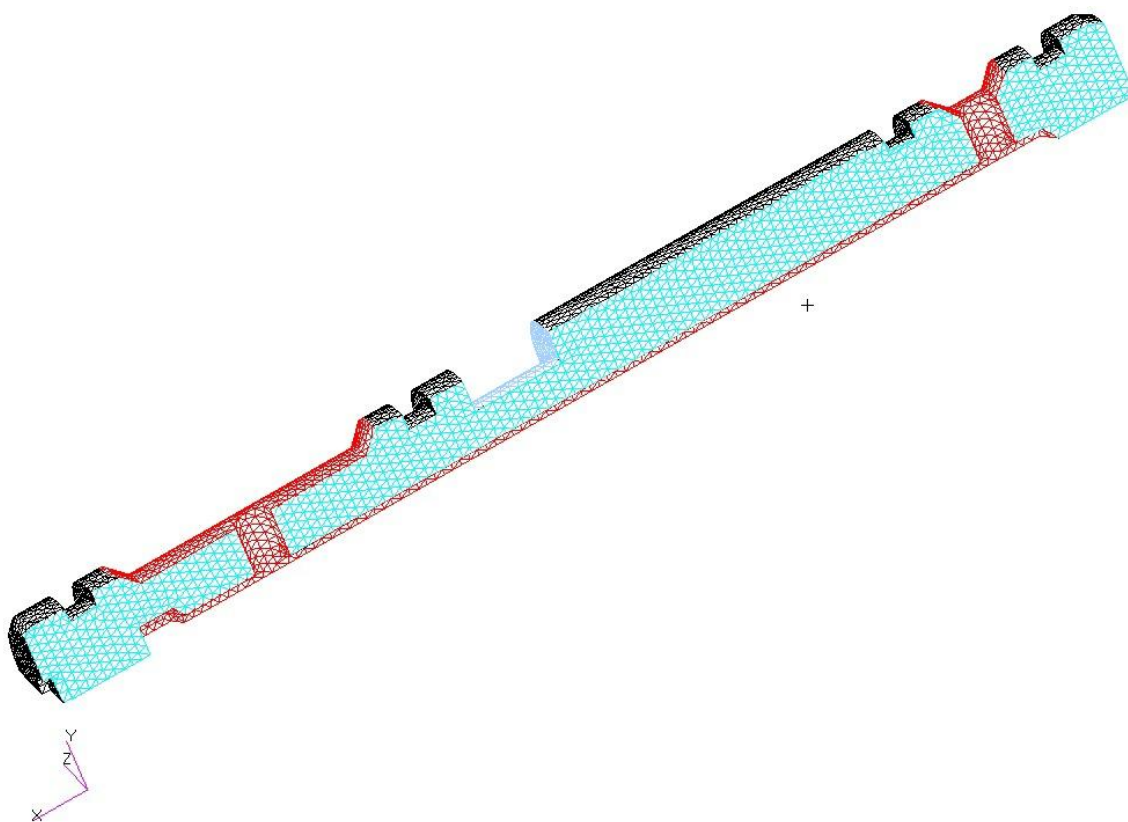
Zadané hodnoty pro výpočet jsou rozepsány v kapitole 3.1.3.

Při úpravě modelu pro výpočet použijeme symetrie v souřadnicích [Y,Z], pro zjednodušení výpočtu, protože součást je rotačně symetrická ve dvou svých osách. Trn je uchycen a pojištěn kolíkem v drážce proti pohybu. Na vnitřní a vnější straně působí tlak.

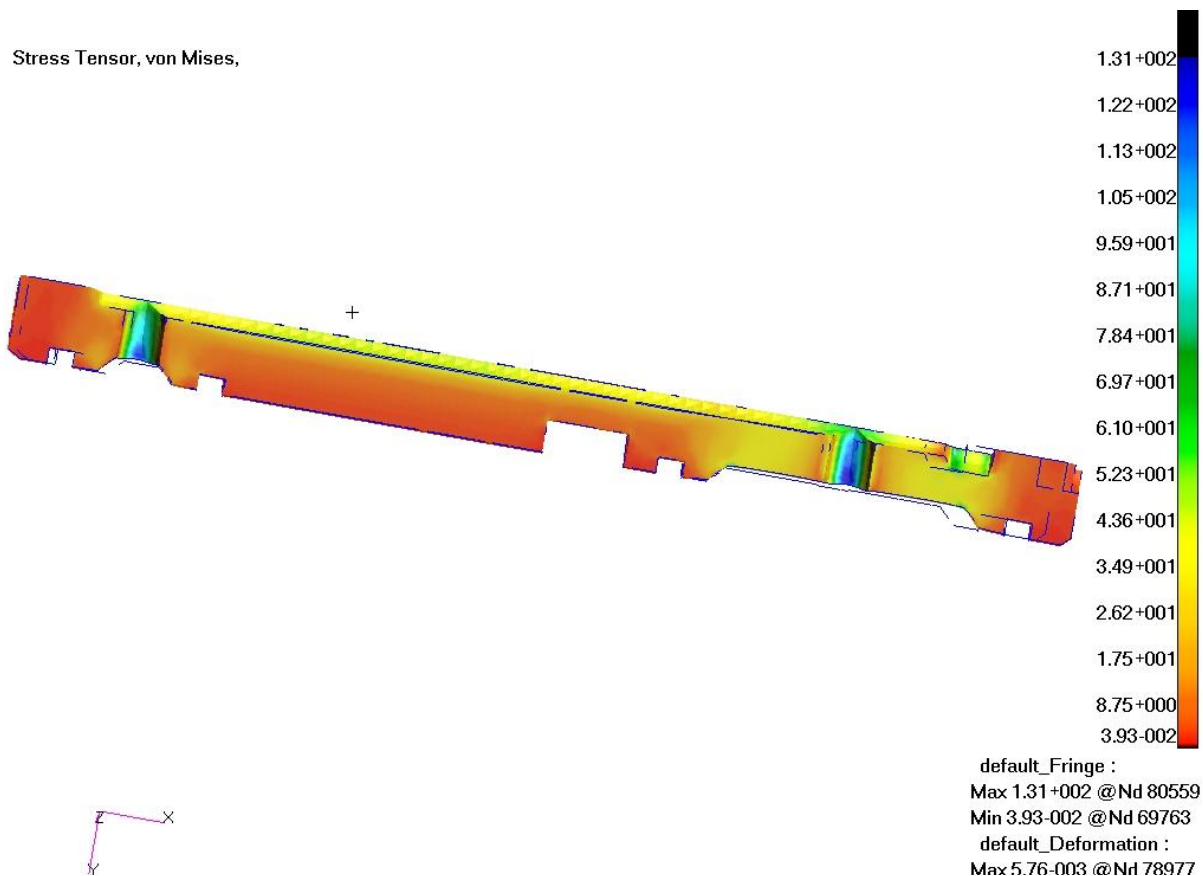
Na OBR. 36 je vykreslena část trnu, se zadanými okrajovými podmínkami, vykreslenou konečnoprvkovou sítí.

Shrnutí MKP modelu: Prvky: 56964

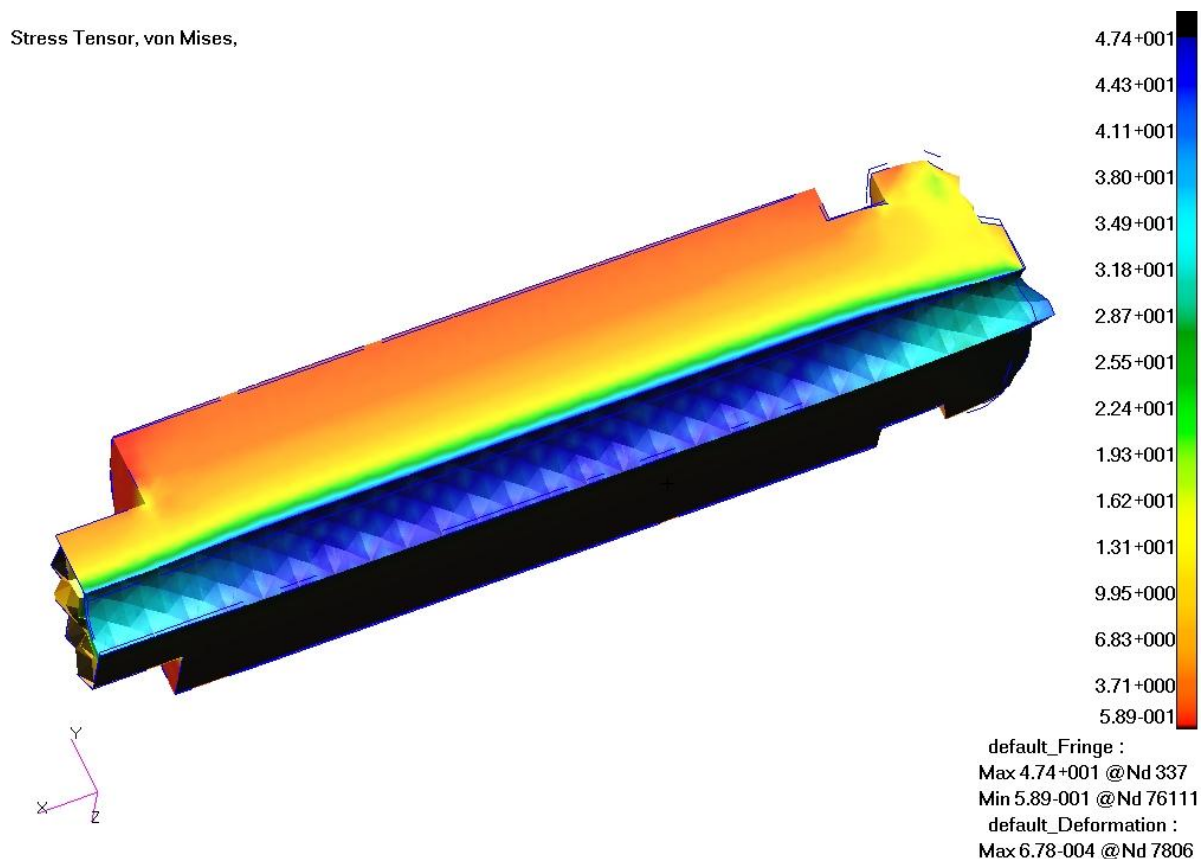
Uzly: 85153



OBR. 36 - MODEL TRNU PRO VÝPOČET V MKP

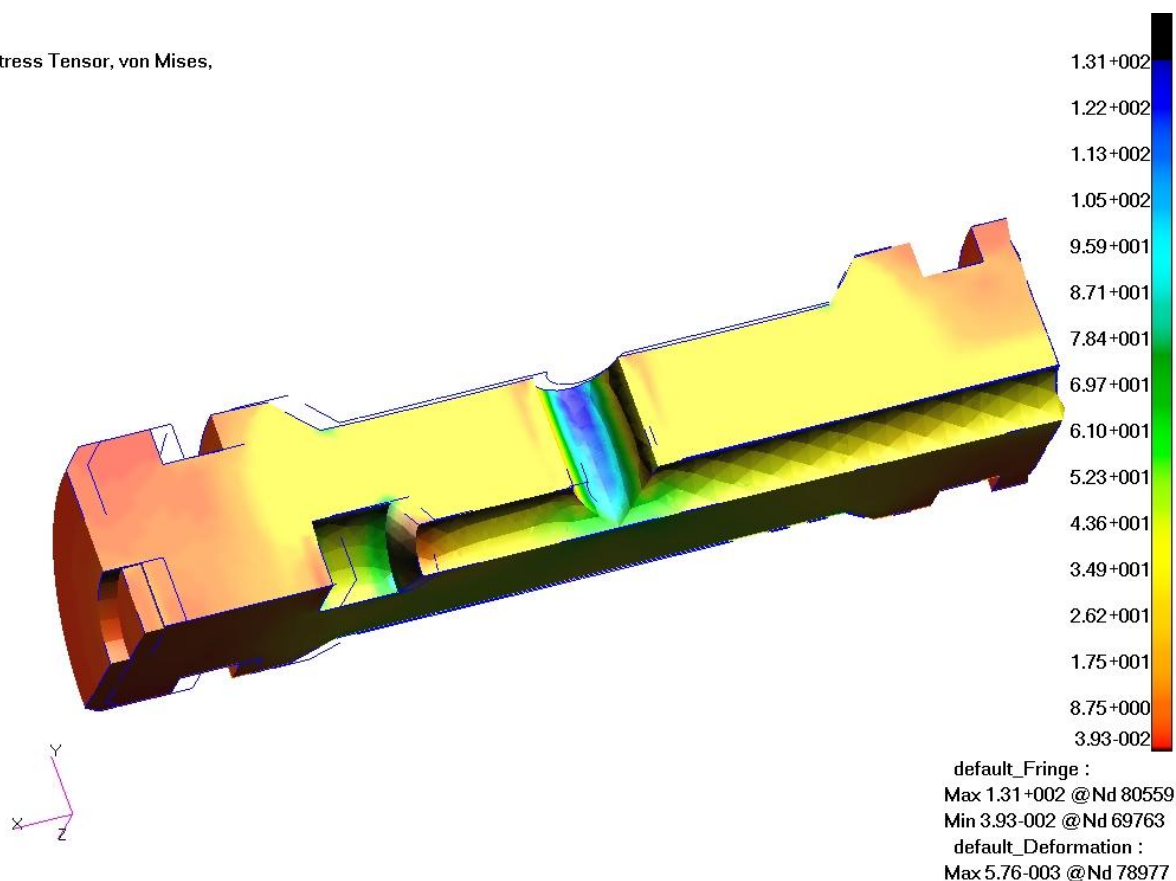


OBR. 37 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ ŘEŠENÉ HYPOTÉZOU HMH – ZOBRAZENÍ CELÉHO
MODELU TRNU



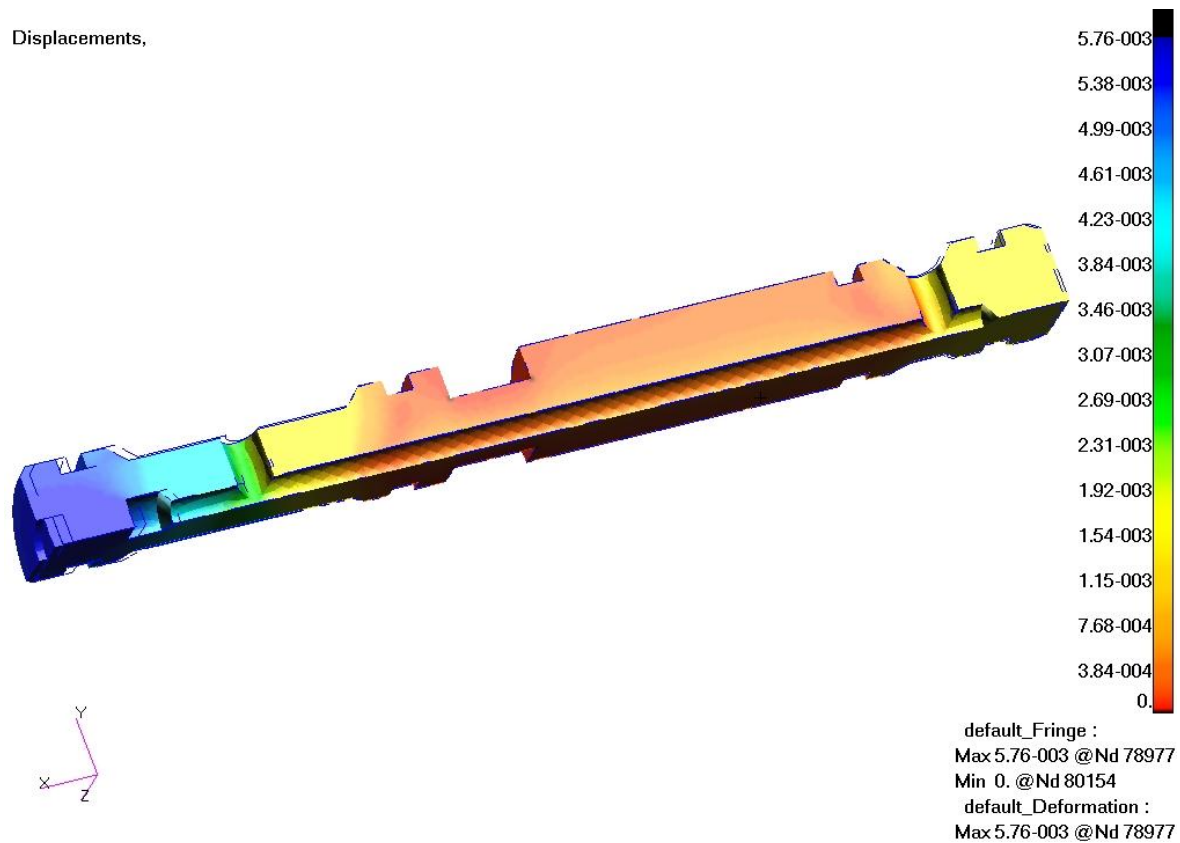
OBR. 38 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ ŘEŠENÉ HYPOTÉZOU HMH PRO VÝŘEZ SOUČÁSTI
TRNU PRO POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ S ANALYTICKÝMI VÝSLEDKY

Stress Tensor, von Mises,

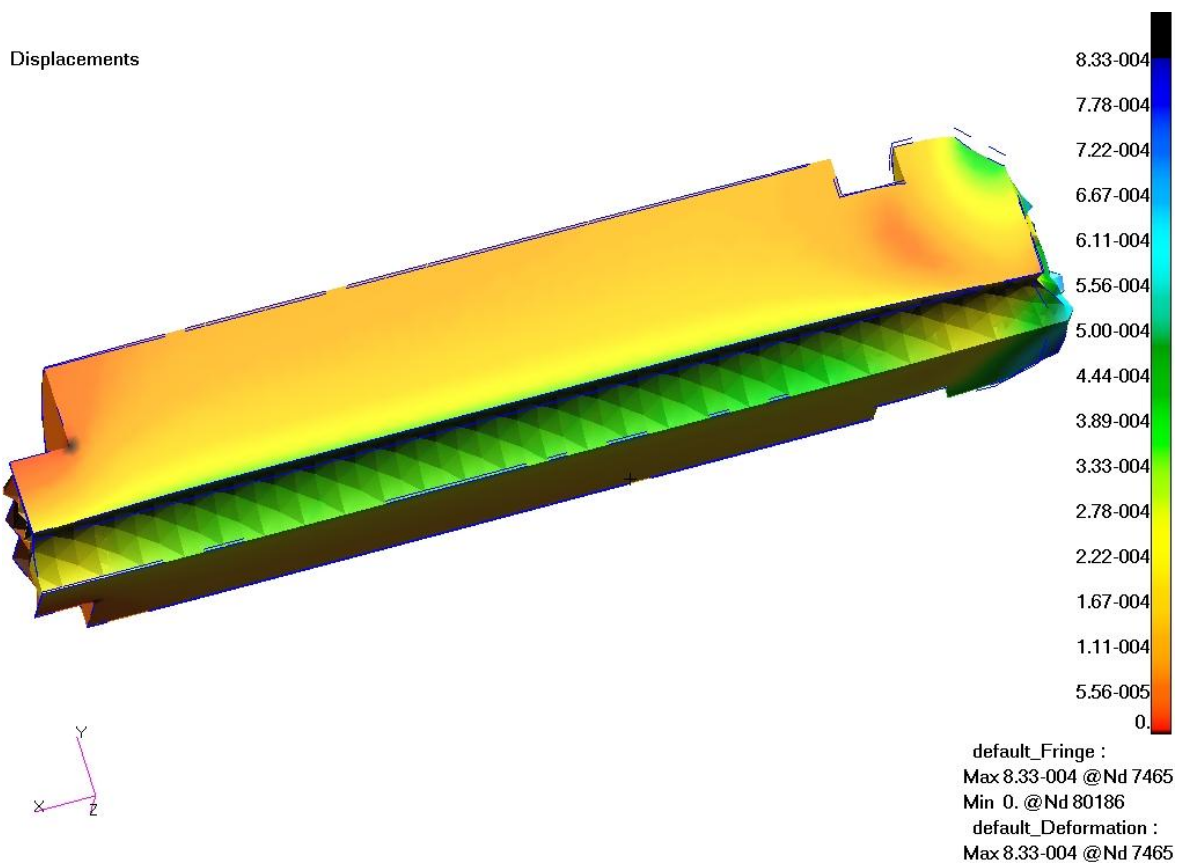


OBR. 39- VÝŘEZ TRNU ZOBRAZENÍ REDUKOVANÉHO NAPĚTÍ V MÍSTECH KONCENTRACE NAPĚTÍ

Displacements,



OBR. 40 - PRODLOUŽENÍ SOUČÁSTI CELÉHO MODELU



OBR. 39 - VÝŘEZ SOUČÁSTI PRO UPLATNĚNÍ TEORIE TLUSTOSTĚNNÝCH NÁDOB A JEHO POROVNÁNÍ S ANALYTICKÝM VÝPOČTEM – PRODLOUŽENÍ SOČÁSTI

Redukované napětí řešené metodou HMH pro Trn (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí (OBR. 39): $\sigma_{max}^{HMH} = 1,31 \cdot 10^2 MPa$

Napětí v trnu se chová při výpočtu uzavřené nádoby. Tato teorie je platí pro v místo, kde nedochází ke koncentraci napětí z důvodu vrubu a na vnější obvod nepůsobí jiná součást nebo okrajové podmínky.

Redukované napětí pro tlustostěnnou nádobu (OBR. 38) $\sigma_{red}^{HMH} = 4,74 \cdot 10^1 MPa$

Deformace (Displacement) podle (OBR. 41):

Deformace na vnitřním poloměru r_1 : $\Delta r_1 = 3,33 \cdot 10^{-4} mm$

Deformace na vnějším poloměru r_2 : $\Delta r_2 = 5,56 \cdot 10^{-5} mm$

5.4. NUMERICKÁ SIMULACE ČELIST ROTAČNÍ – VÝPOČET VZPĚRU

Zadané hodnoty pro výpočet maximálního kritického tlaku vzpěru, jsou rozepsány v kapitole 3.2.1.

Pro výpočet vzpěru je potřeba, aby těleso bylo síťováno rovnoměrně a nebyly v síti nějaké lokální koncentrace elementů. V tomto výpočtu mají na špatné chování modelu právě takovéto chyby v síti velký vliv.

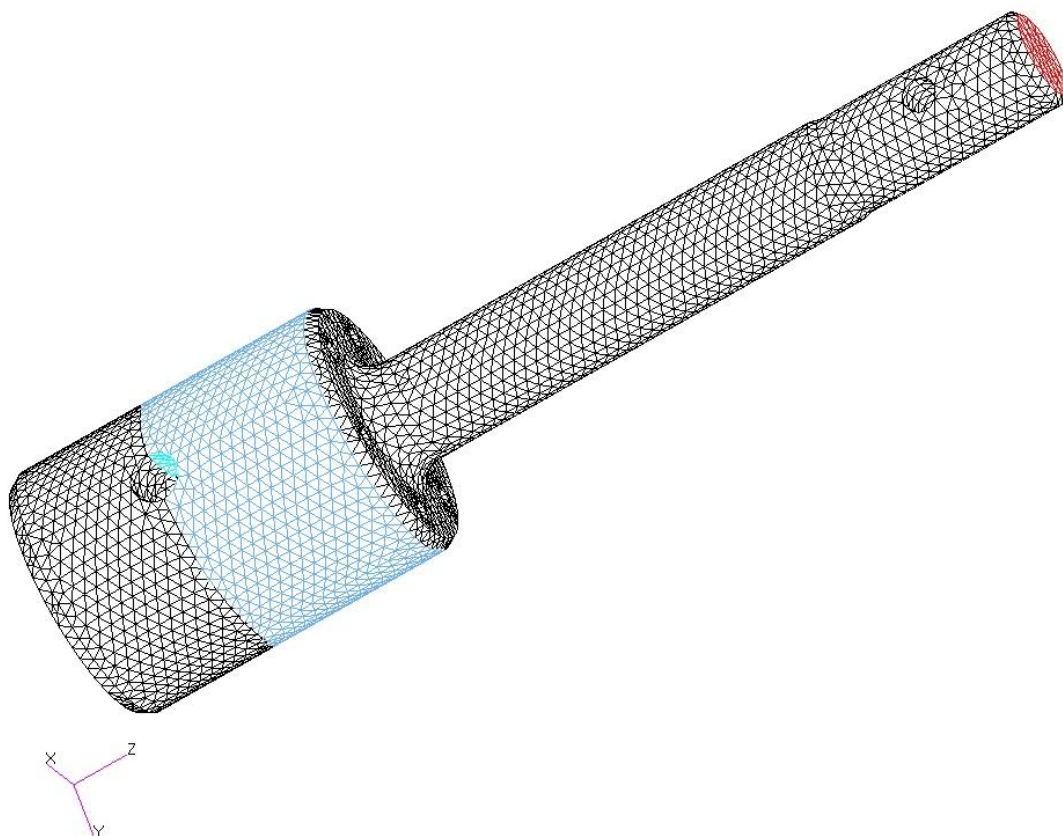
Pro jednodušší zjištění maximálního tlaku bude zadán základní tlak $p = 1\text{MPa}$.

Rotační čelist je pojištěna kolíkem a po obvodu je část tělesa uchycena v plášti komory.

Na OBR 42 je vykreslen celý model s konečnoprvkovou sítí a okrajovými podmínkami.

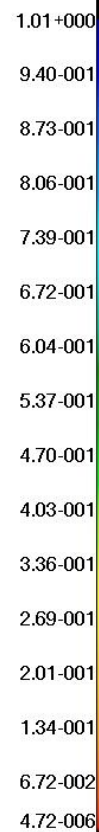
Shrnutí MKP modelu: Prvky: 57295

Uzly: 89588



OBR. 40- MODEL ROTAČNÍ ČELISTI PRO VÝPOČET VZPĚRU V MKP

Eigenvectors, A3:Mode 1 : Factor = -1754.7



OBR. 41 - VÝPOČET FAKTORU PRO PŘEPOČET KRITICKÉHO NAPĚTÍ

Násobící faktor vyšel pro vzpěr $Faktor = 1754,7$

Nejvyšší přípustný tlak:

$$p_{krit} = p \cdot Faktor$$

$$p_{krit} = 1 \cdot 1754,7$$

$$p_{krit} = 1,754 \cdot 10^3 MPa$$

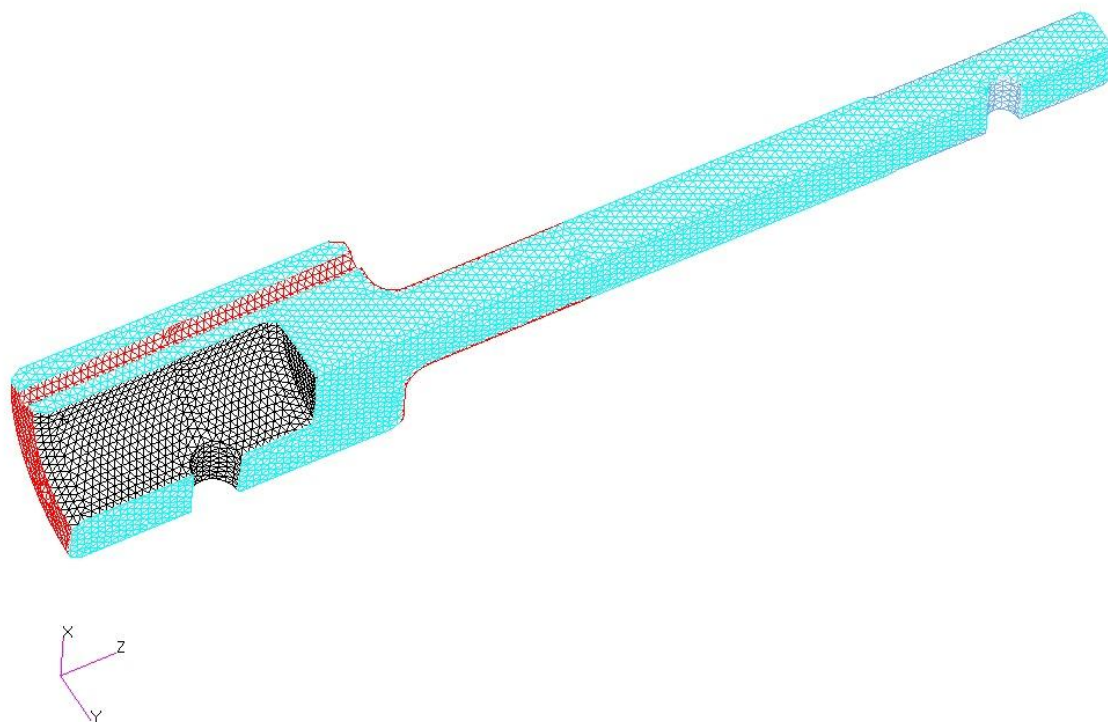
5.5. NUMERICKÁ SIMULACE ROTAČNÍ ČELISTI POMOCÍ MKP

Model je rotační symetrická součást, proto při úpravě modelu se pro výpočet využije symetrie v osách [X, Y]. Rotační čelist je uchycena do kleštin na konci a pojištěná kolíkem proti uvolnění. Ve druhé drážce působí kontaktní tlak od druhého kolíku, který je táhnut silou $F = 200kN$. Tlak na součást působí o velikosti $p = 25MPa$.

Na OBR. 44 je vykreslena část rotační čelisti, se zadanými okrajovými podmínkami a vykreslenou konečnoprvkovou sítí.

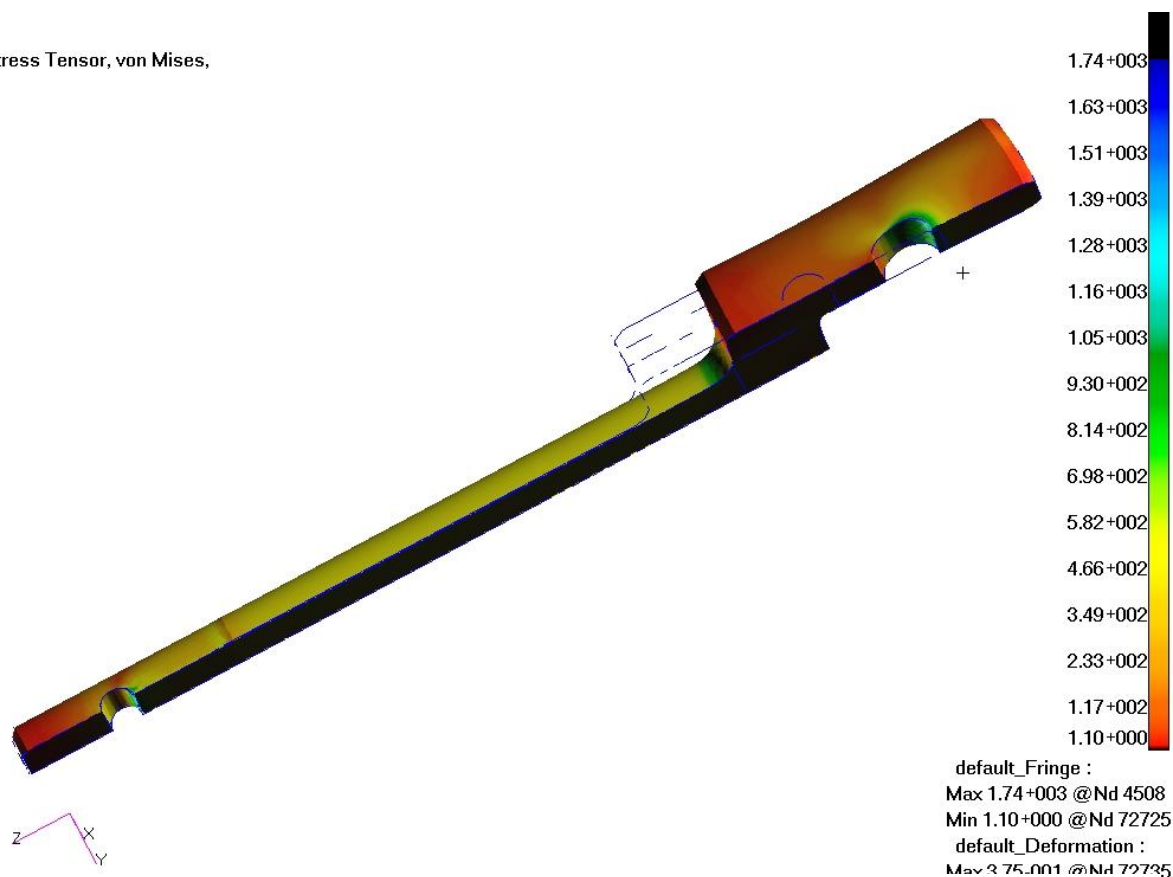
Shrnutí MKP modelu: Prvky: 45620

Uzly: 72883



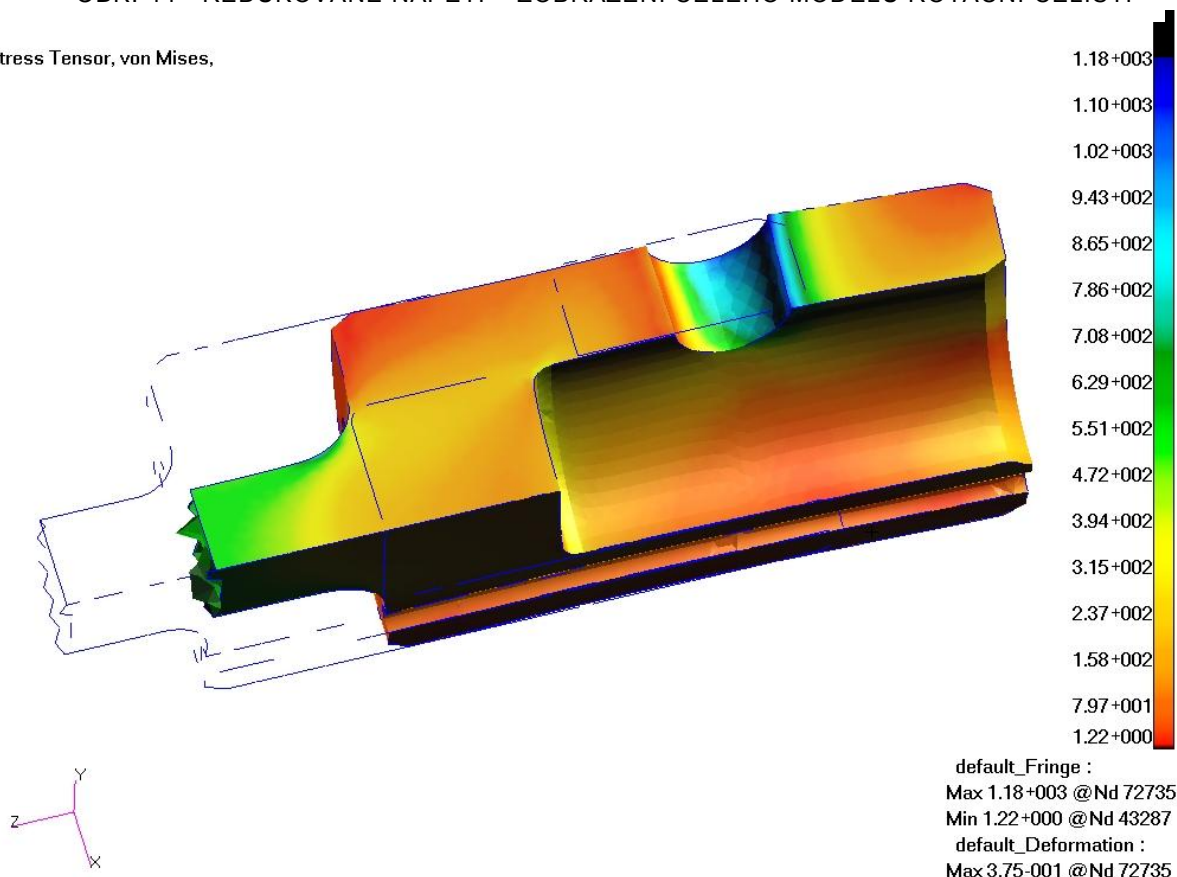
OBR. 42 - MODEL ROTAČNÍ ČELISTI PRO VÝPOČET V MKP

Stress Tensor, von Mises,



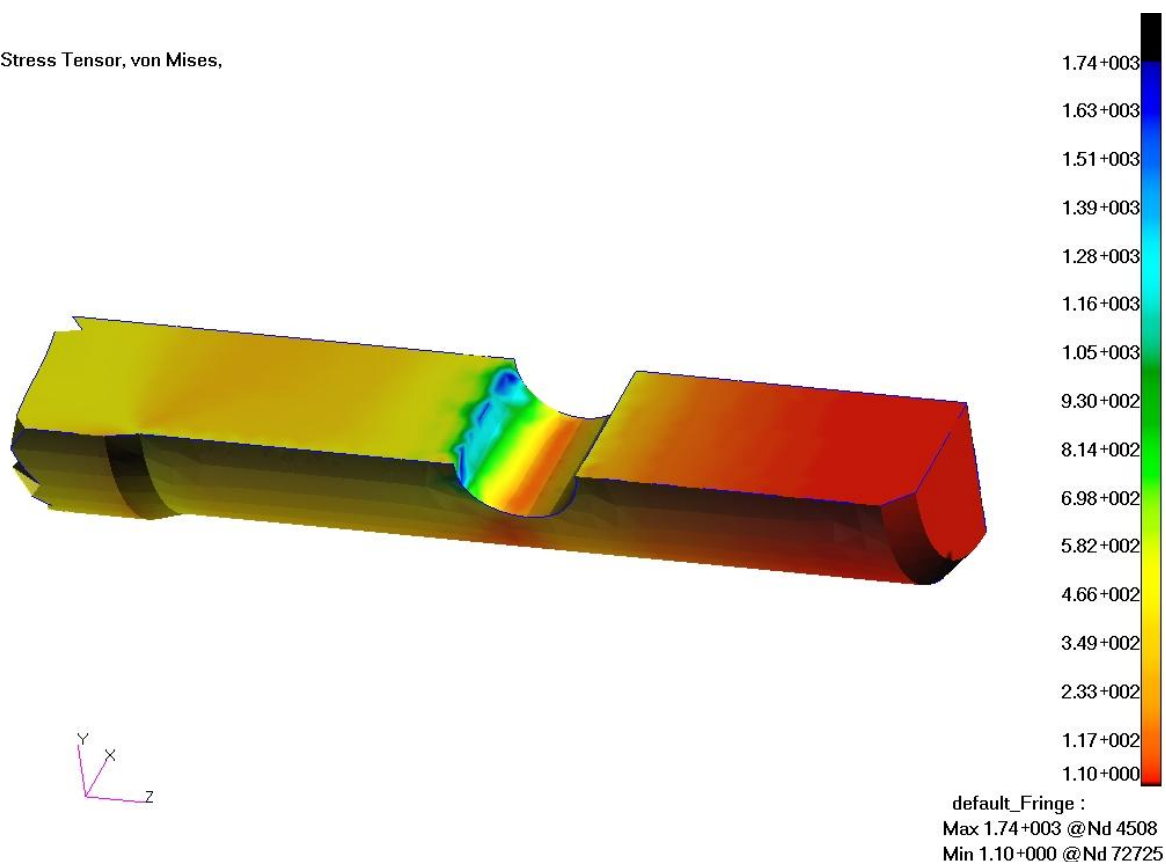
OBR. 44 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ – ZOBRAZENÍ CELÉHO MODELU ROTAČNÍ ČELISTI

Stress Tensor, von Mises,



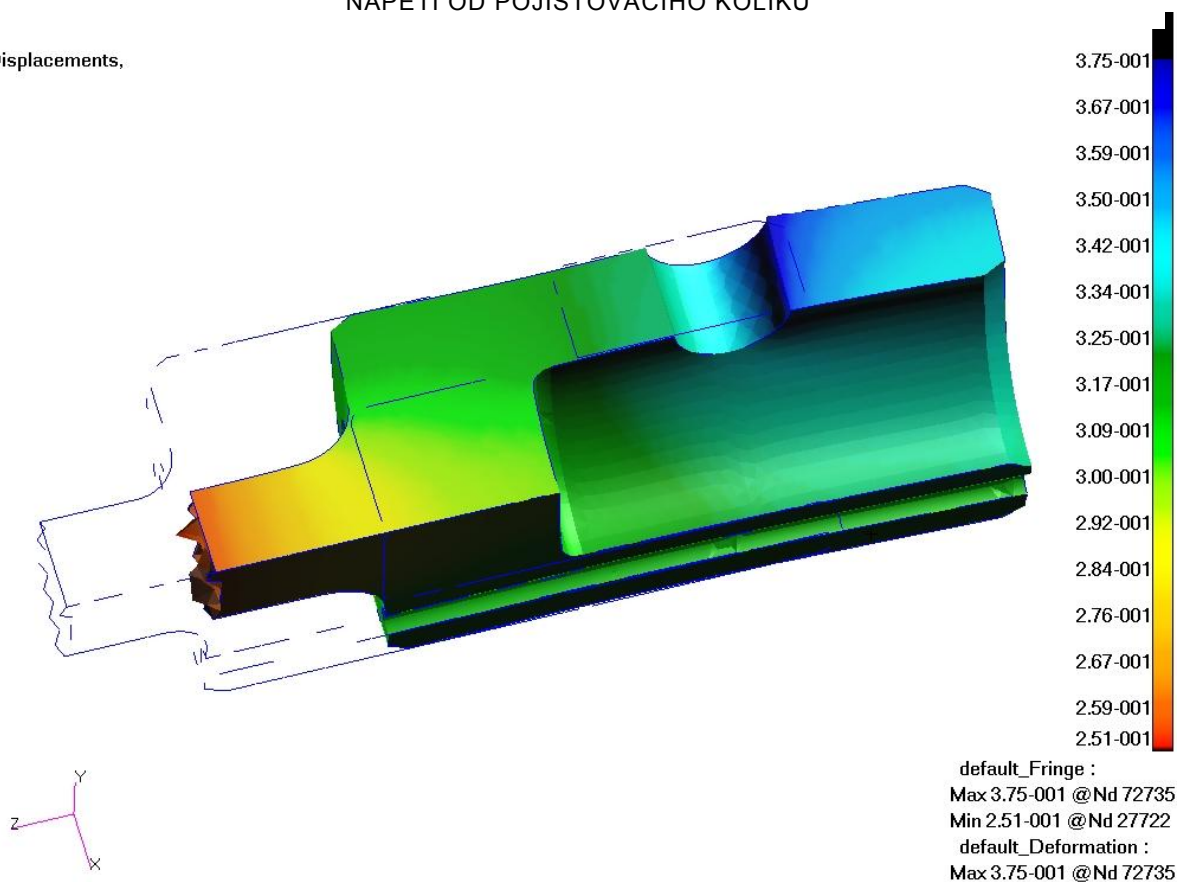
OBR. 43 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ PRO DETAIL ROTAČNÍ ČELISTI KONTROLA NAPĚTÍ PŘI PŮSOBENÍ TLAKU TAŽNÉ SÍLY A VNITŘNÍHO TLAKU:

Stress Tensor, von Mises,

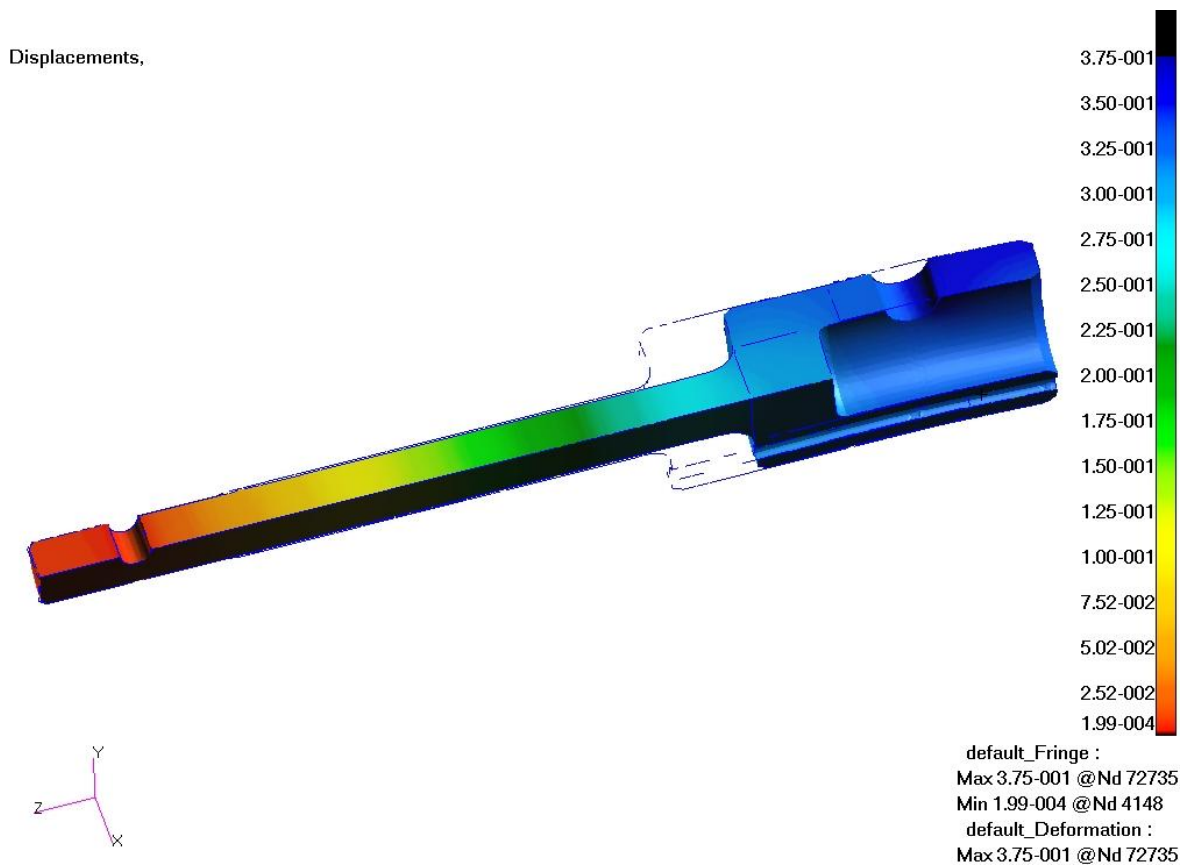


OBR. 46 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, PRO DETAIL UCHOPOVACÍ ČÁSTI ROTAČNÍ ČELISTI, NAPĚTÍ OD POJIŠŤOVACÍHO KOLÍKU

Displacements,



OBR. 45 - VYKRESLENÍ PRODLOUŽENÍ PRO DETAIL ROTAČNÍ ČELISTI, POSUV OD PŮSOBENÍ TLAKU TAŽNÉ SÍLY A VNITŘNÍHO TLAKU



OBR. 47 - PRODLOUŽENÍ CELÉHO MODELU ROTAČNÍ ČELISTI PŘI MAXIMÁLNÍM ZATÍŽENÍ

Redukované napětí řešení metodou HMM pro čelist rotační (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí (OBR. 47): $\sigma_{max}^{HMM} = 1,74 \cdot 10^3 MPa$

Nejvyšší napětí rotační čelisti plyne s kontaktu s i kolíkem, který je tažen silou $F = 200kN$, mezi takovými spojení dochází k velmi velkým kontaktním tlakům a tím dochází k vysokým napětím (OBR. 47).

Deformace (Displacement) dle (OBR. 49):

Maximální deformace rotační čelisti: $\Delta l = 3,75 \cdot 10^{-1} mm$

Při daném vysokém napětí dochází k posunutí celé součásti ve směru osy z o Δl .

5.6. NUMERICKÁ SIMULACE MĚŘÍCÍ ČELISTI POMOCÍ MKP

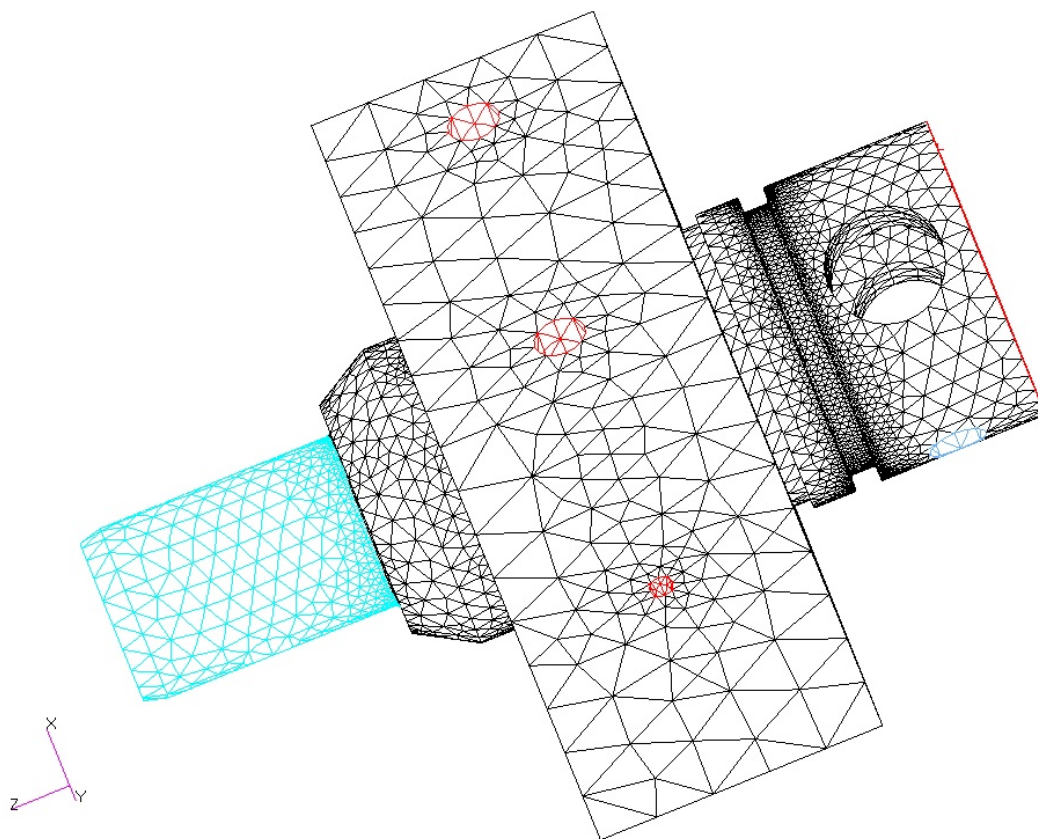
Výpočetní model měřicí čelisti. Tento model je rotační součást, která slouží k rozvodu tlaku do celé měřicí tlakové komory. Na měřicí čelist je přimodelována rozvodná kostka, která není důležitá pro svůj výpočet, ale zpřesní nám výsledek chování měřicí čelisti. Na měřicí čelist byla použita jemnější síť pro důležitost výpočtu. Na rozvodnou kostku byla použita hrubá síť. Měřicí čelist je uchycena do kleštin a pojištěná dvěma kolíky na obou stranách, V čelní části je vyvrtání pro kontrolní senzor.

Celý model je zatížen tlakem $p = 25\text{MPa}$, který je touto součástí rozváděn na další součásti v reálné testovací simulaci, proto má v sobě několik vyvrtání, na které působí taktéž tlak. Mezi čelistí a kostkou nebyly použity vazby pro vzájemné upevnění, ale jsou tvořeny jako jeden celek, součásti jsou na sebe pevně nalisovány.

Na OBR. 50 je vykreslena část měřicí čelist, se zadanými okrajovými podmínkami a vykreslenou konečnoprvkovou sítí.

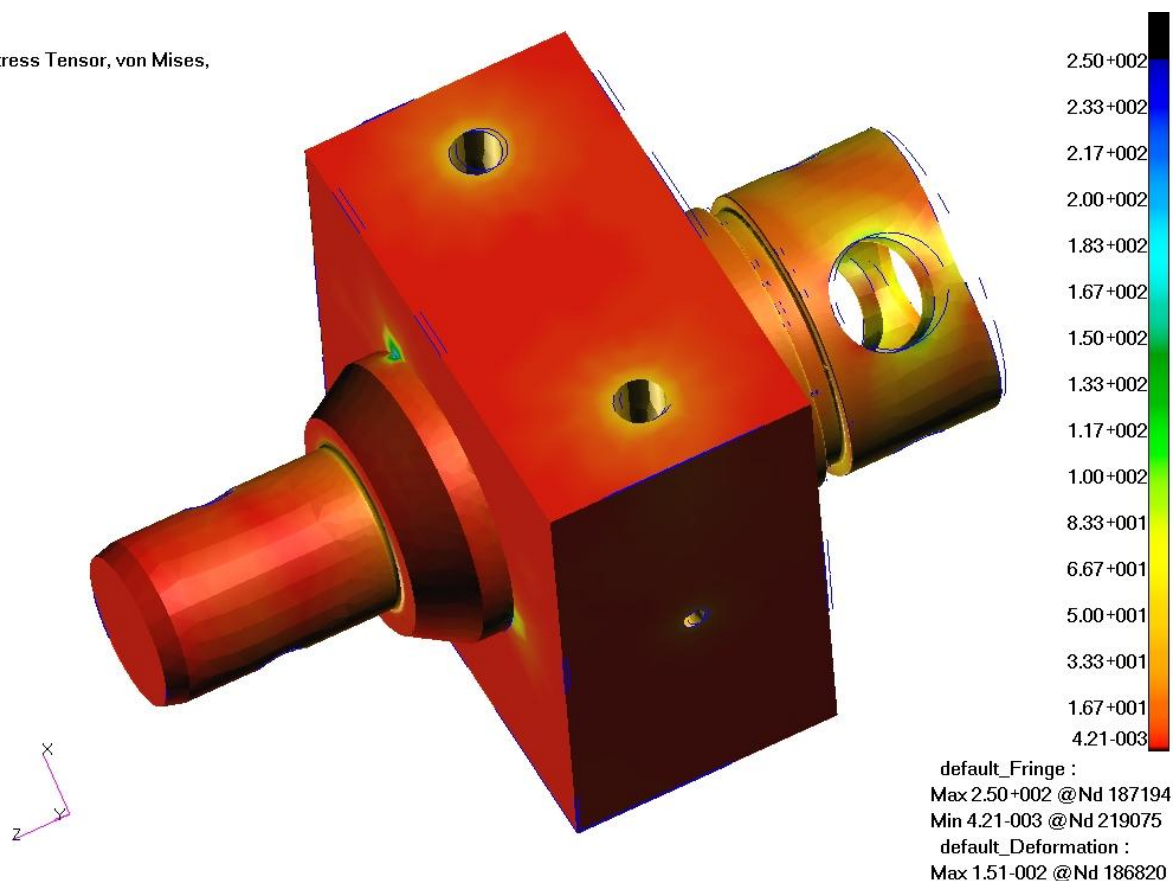
Shrnutí MKP modelu: Prvky: 139781

Uzly: 205052



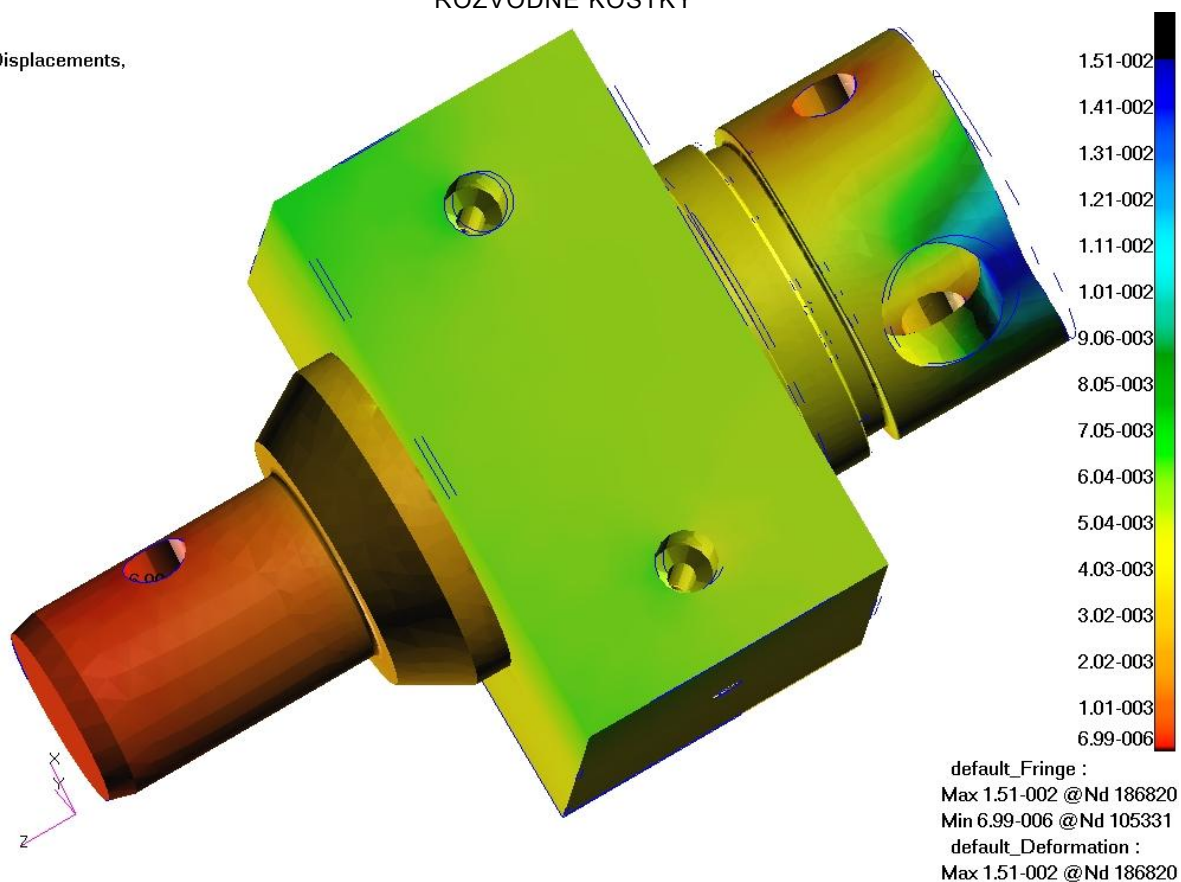
OBR. 48 - MODEL MĚŘÍCÍ ČELISTI PRO VÝPOČET V MKP

Stress Tensor, von Mises,



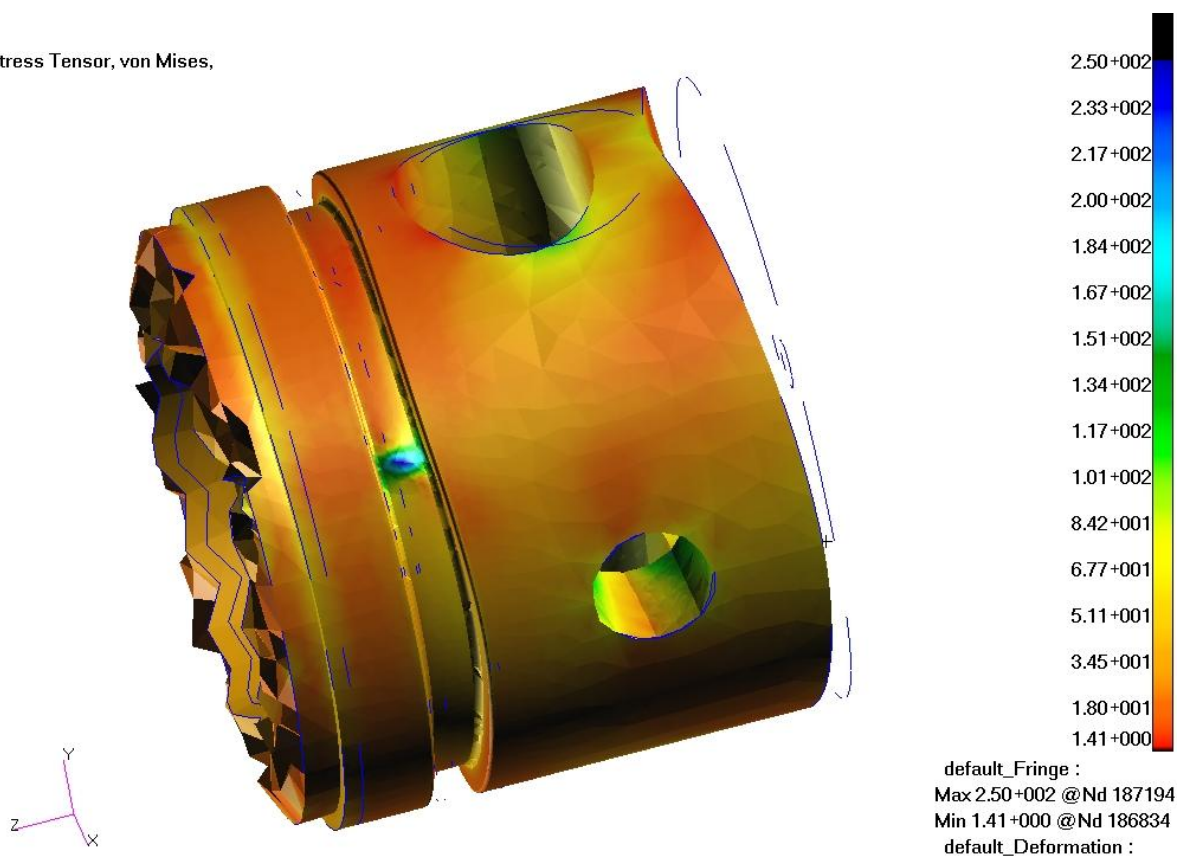
OBR. 50 – REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, ZOBRAZENÍ CELÉHO MODELU MĚŘICÍ ČELISTI A ROZVODNÉ KOSTKY

Displacements,



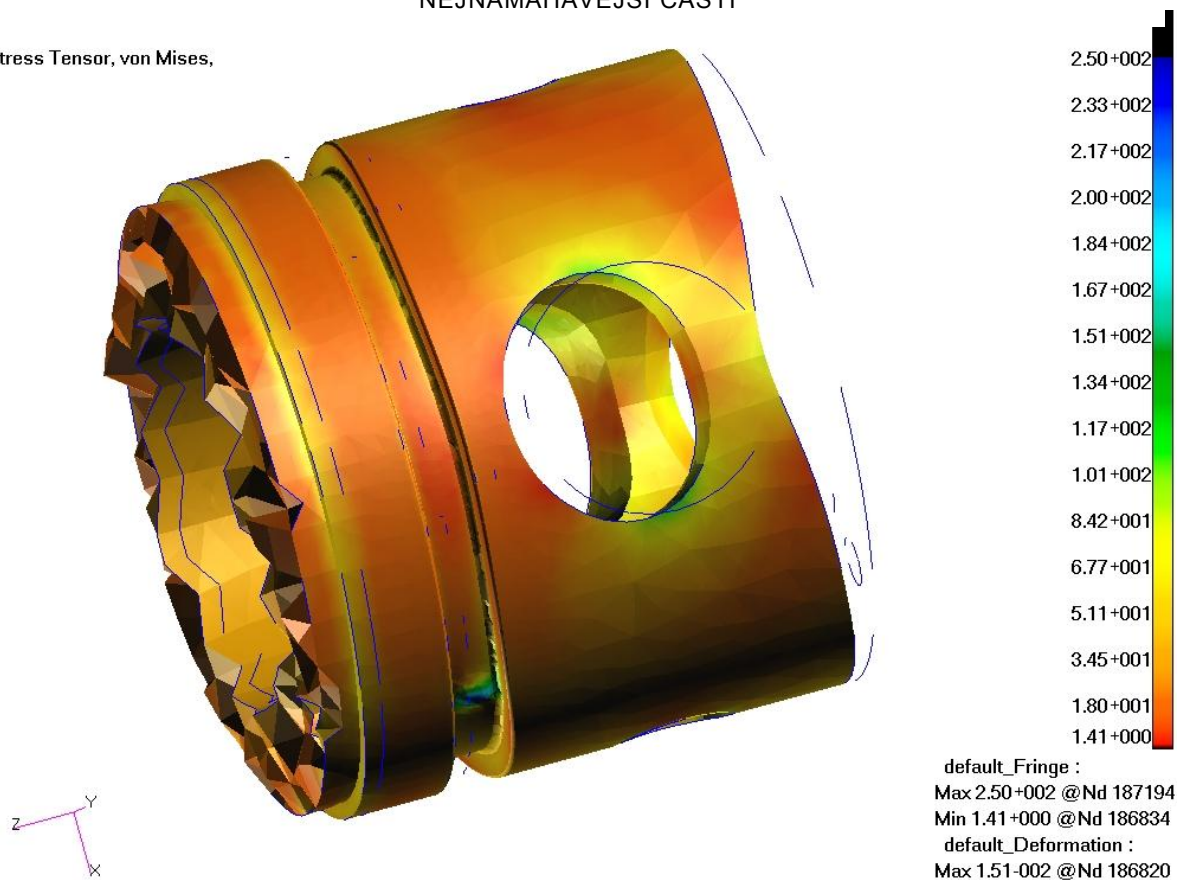
OBR. 49 - VYKRESLENÍ DEFORMACE ZOBRAZENÍ CELÉHO MODELU MĚŘICÍ ČELISTI A ROZVODNÉ KOSTKY

Stress Tensor, von Mises,

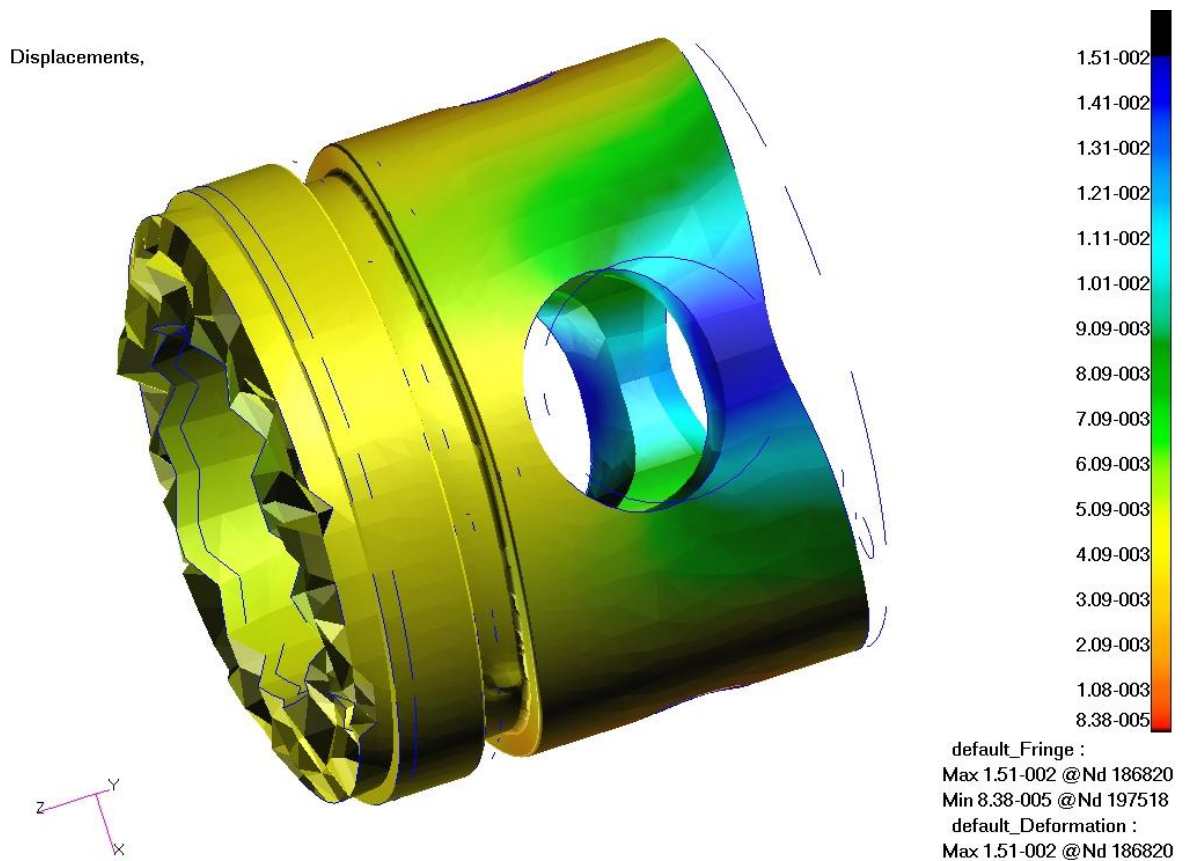


OBR. 52 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, DETAIL HLAVY MODELU MĚŘÍCÍ ČELISTI VYKRESLENÍ NEJNAMÁHAVĚJŠÍ ČÁSTI

Stress Tensor, von Mises,



OBR. 51 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, DETAIL HLAVY MODELU MĚŘÍCÍ ČELISTI VYKRESLENÍ NAMÁHÁNÍ V MÍSTĚ SENZORU



OBR. 53 - VYKRESLENÍ PRODLOUŽENÍ DETAILU HLAVY MODELU MĚŘÍCÍ ČELISTI

Redukované napětí řešení metodou HMM pro čelist měřicí (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí (OBR. 53): $\sigma_{max}^{HMM} = 2,50 \cdot 10^2 MPa$

Nevyšší napětí je v místě kde součást je provrtána, celé vyvrtání je přetlakováno a je zde vrub pro těsnění, proto dochází zvýšení napětí. Další zvýšení napětí je v místě senzoru, velkého otvoru, na který z vnější strany působí tlak.

Deformace (Displacement) dle OBR. 55:

Maximální deformace měřicí čelisti: $\Delta l = 1,51 \cdot 10^{-2} mm$

Při daném vysokém napětí dochází tlačení na kruhovou díru pro senzor, zde dochází k největšímu posunutí o Δl .

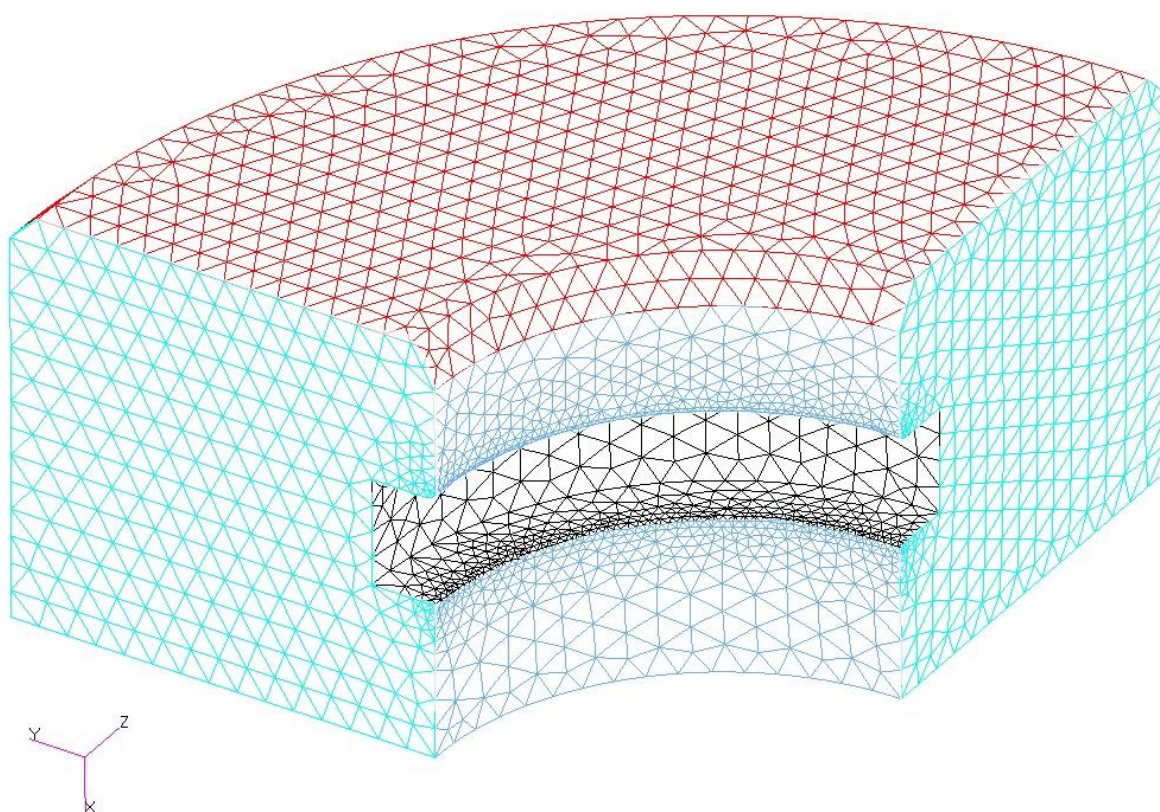
5.7. NUMERICKÁ SIMULACE VLOŽKY POMOCÍ MKP

Při úpravě modelu pro výpočet použijeme symetrie v souřadnicích [X, Y, Z] pro zjednodušení výpočtu, protože součást je rotačně symetrická ve všech svých osách. Vložka je na vnitřním průměru opřena o rotační čelist, tudíž dochází zabránění posunu v radiálním směru v cylindrickém souřadném systému v místě opření.

Na OBR. 56 je vykreslena část vložky, se zadanými okrajovými podmínkami a vykreslenou konečnoprvkovou sítí.

Shrnutí MKP modelu: Prvky: 59671

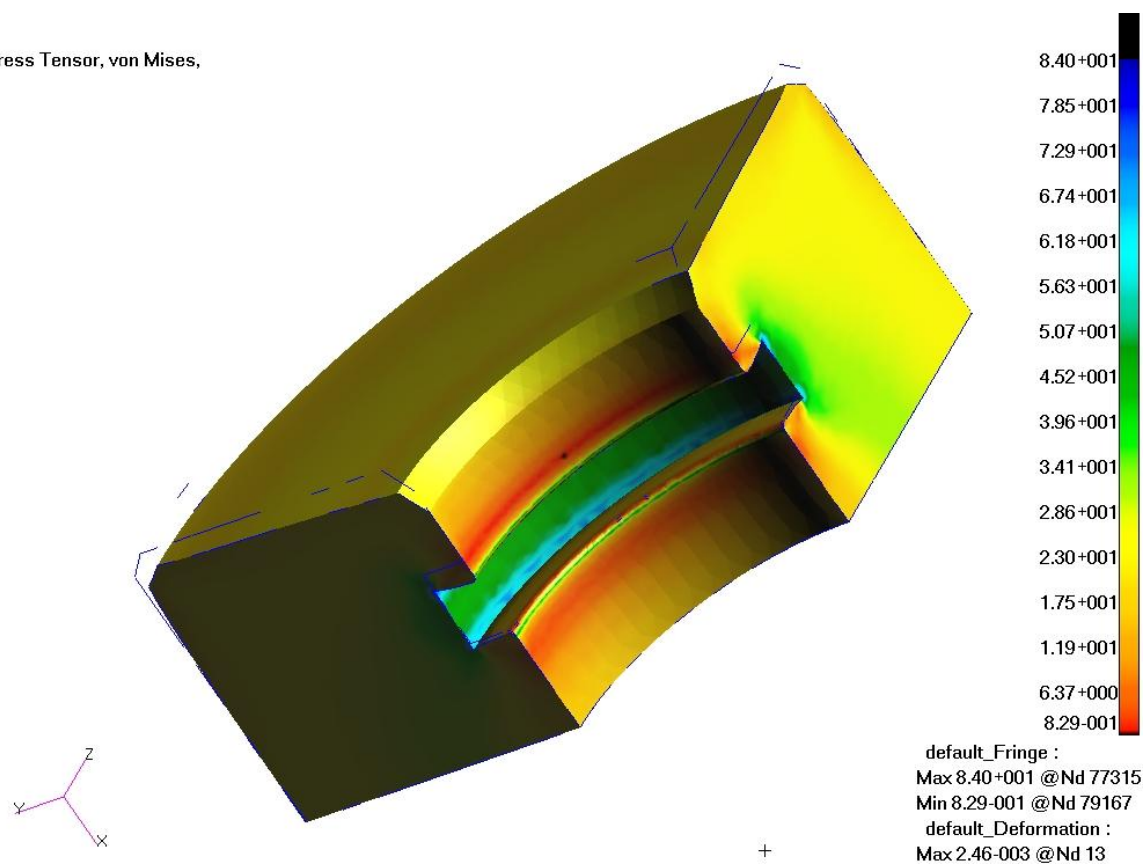
Uzly: 85932



OBR. 54 - MODEL VLOŽKY PRO VÝPOČET V MKP

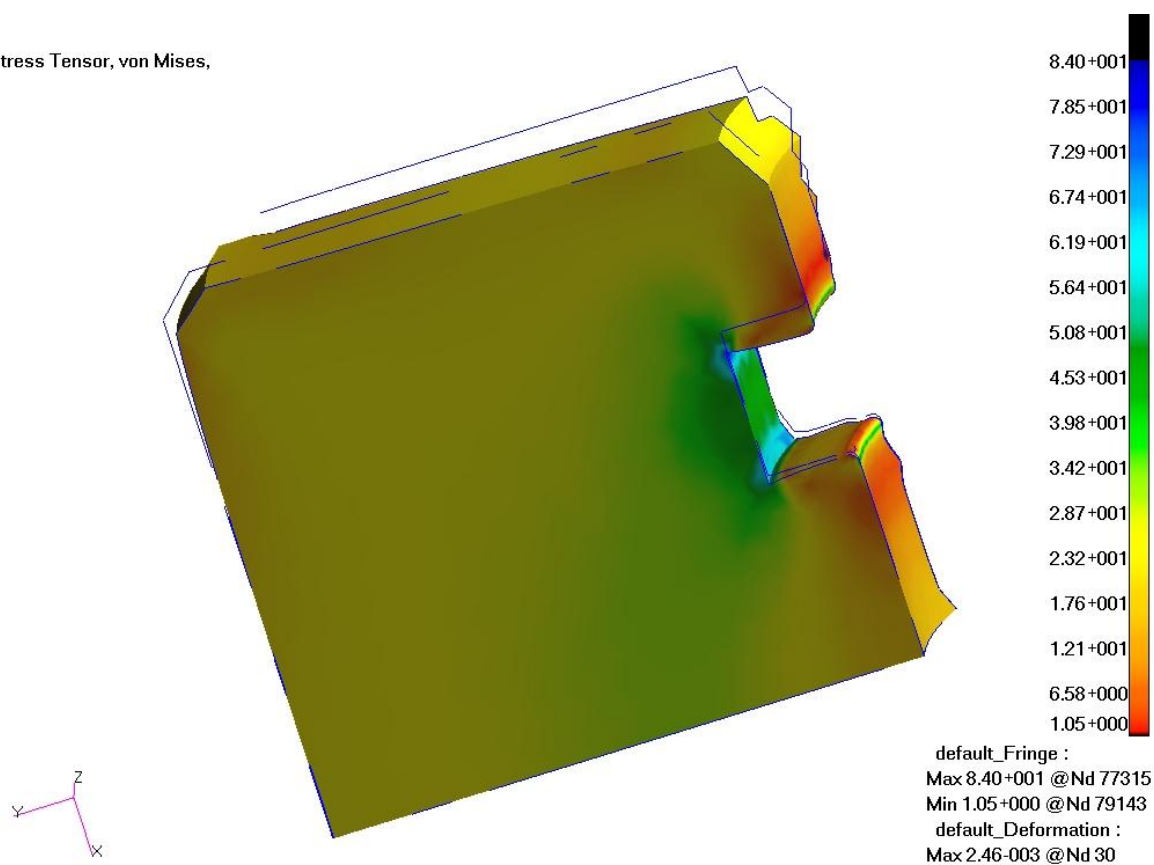
Pro všechny výpočtové modely budou použity: červené šipky znamenají místa působení tlaku, černé značky představující vazby zabráňující součásti v pohybu.

Stress Tensor, von Mises,

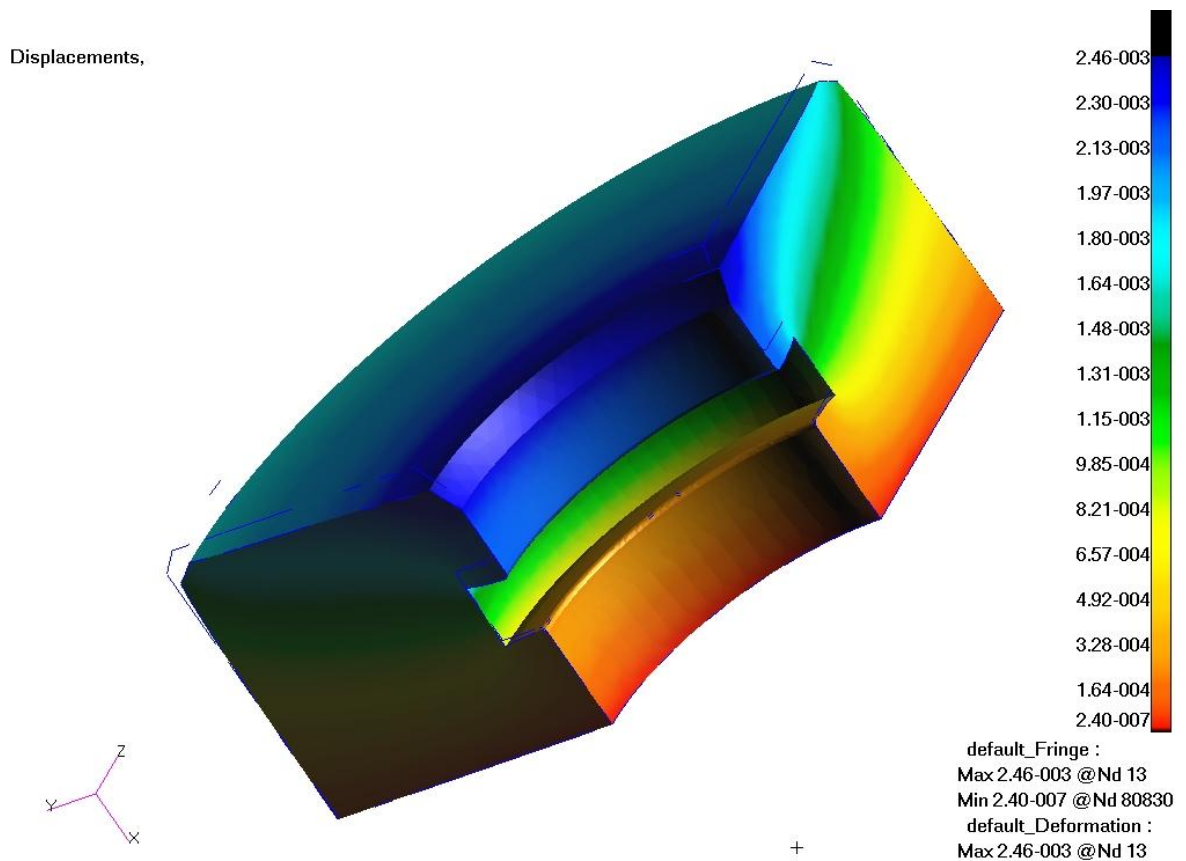


OBR. 56 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ PRO MODEL VLOŽKA

Stress Tensor, von Mises,



OBR. 55 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ PRO ČELNÍ VÝŘEZ UKÁZKY KONCENTRACE V MÍSTĚ VRUBU



OBR. 57 – CELKOVÉ PRODLOUŽENÍ SOUČÁSTI VLOŽKA

Redukované napětí řešené metodou HMM pro celou Vložku (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí: (OBR. 58) $\sigma_{max}^{HMM} = 8,40 \cdot 10^1 MPa$

Největší napětí je v místě vrubu a jeho zaoblení na vnitřní vybrání

Deformace (Displacement) podle OBR. 59:

Největší deformace dochází v místě nad vrubem, tělesu není zabráněno v posuvu v ose x

$$\Delta l = 2,63 \cdot 10^{-3} mm$$

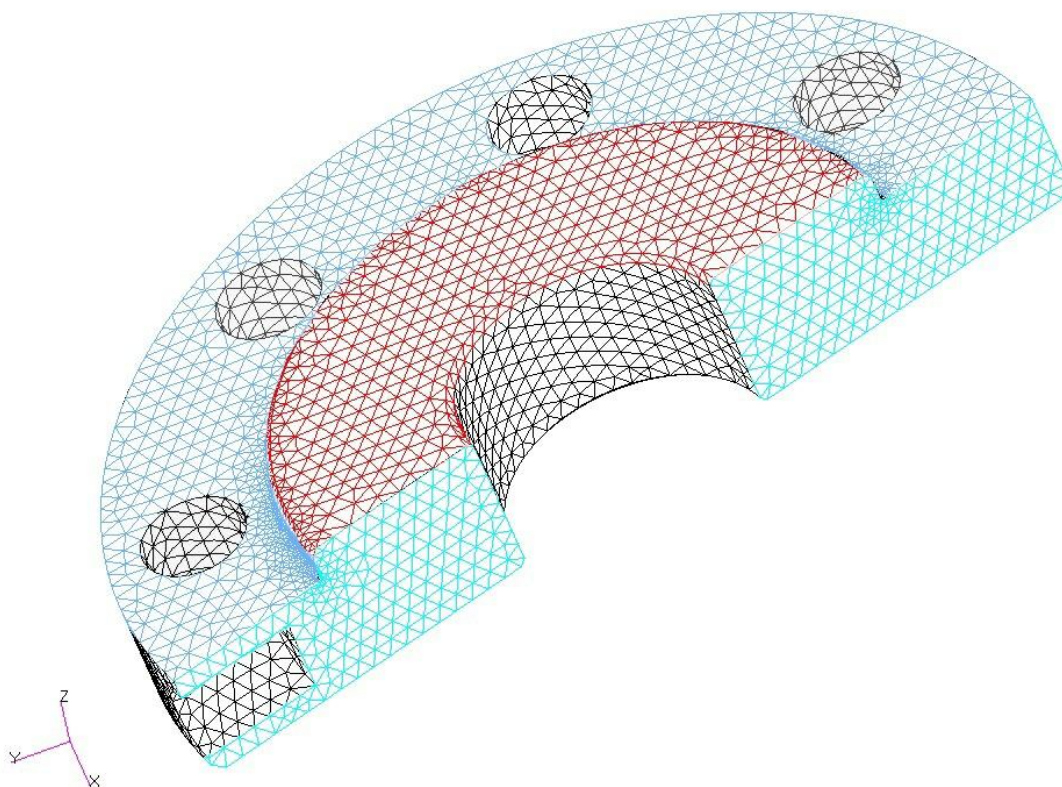
5.8. NUMERICKÁ SIMULACE VÍKA POMOCÍ MKP:

Při úpravě modelu pro výpočet použijeme symetrie v souřadnicích [X], ve zbylých být symetrie použita nemůže, z důvodu vyvrtání pro rukojeť v čelní straně. Na víko působí na vnitřní straně tlak $p = 25\text{MPa}$. Víko je přišroubováno šrouby k plášti komory. Šrouby nahrazeny podmínky a jejich posunutí jsou převedeny do cylindrického souřadného systému. Připevnění k plášti komory zabraňuje v posunutí v ose z na vnější ploše.

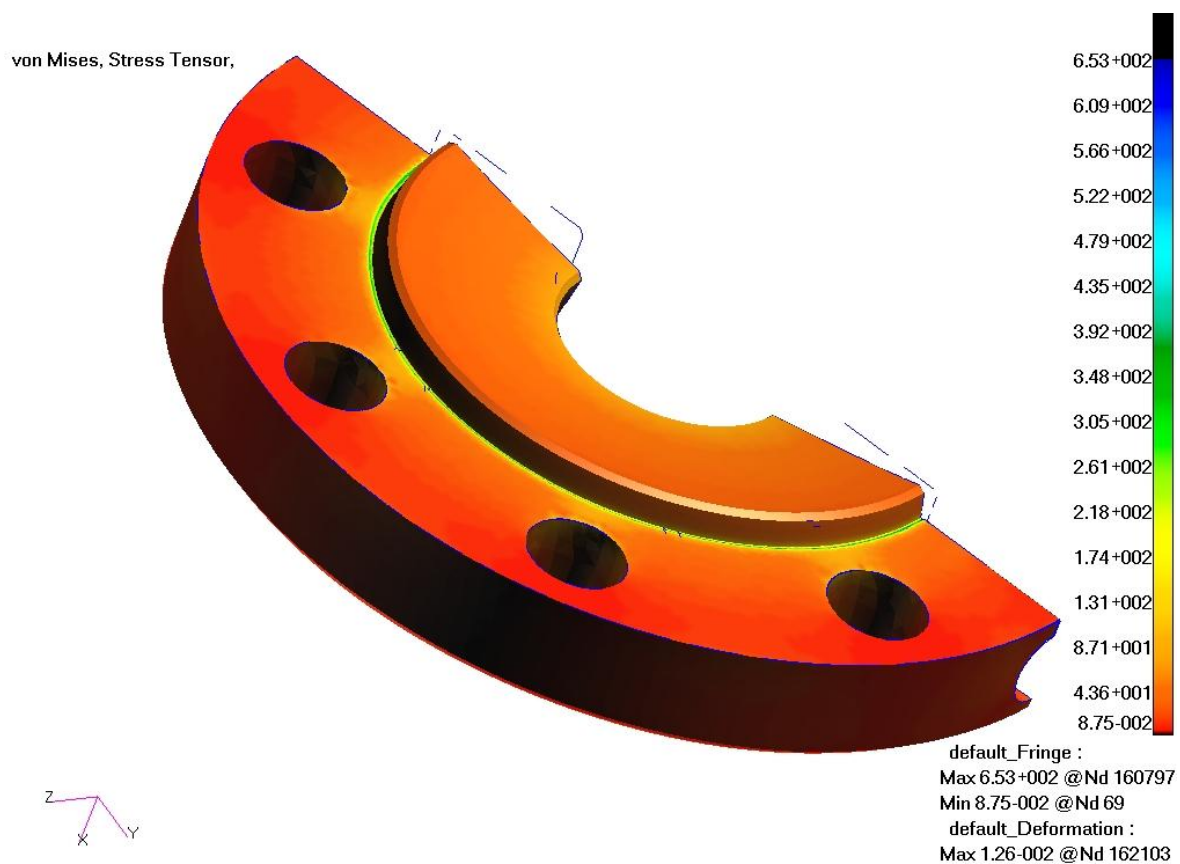
Na OBR 60 je vykreslen poloviční model víka, se zadanými okrajovými podmínkami tlaku a posunutí a vykreslenou konečnoprvkovou sítí.

Shrnutí MKP modelu: Prvky: 120224

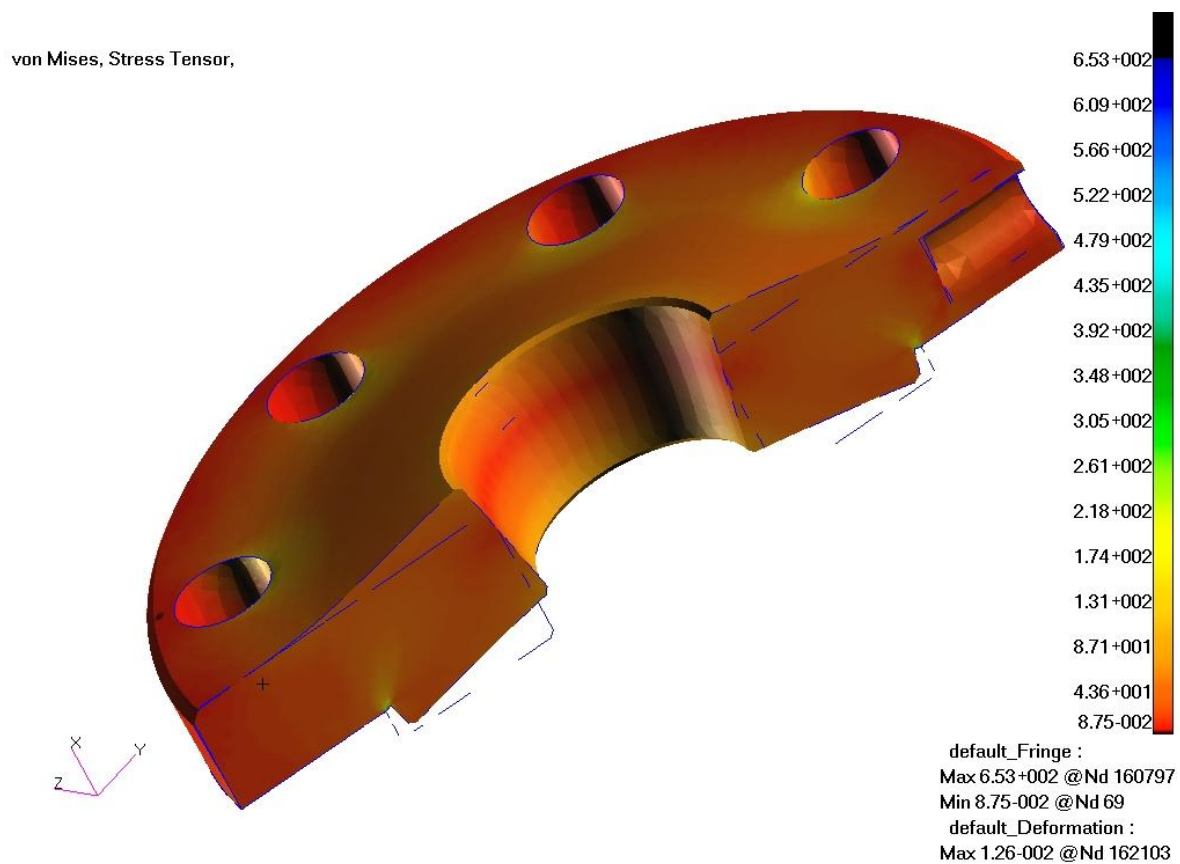
Uzly: 171802



OBR. 580 - MODEL VÍKA PRO VÝPOČET V MKP

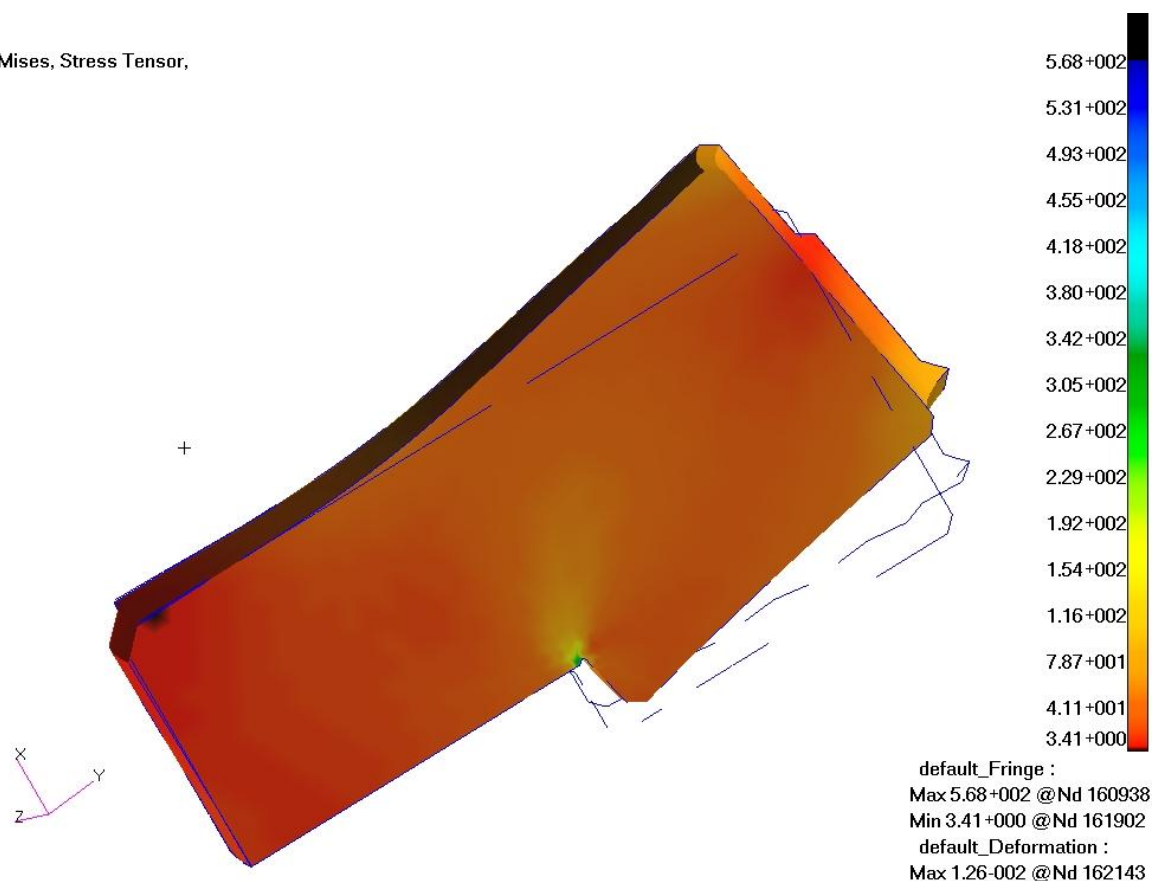


OBR. 60 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, POHLED NA MODEL VÍKO – VNITŘNÍ STANA



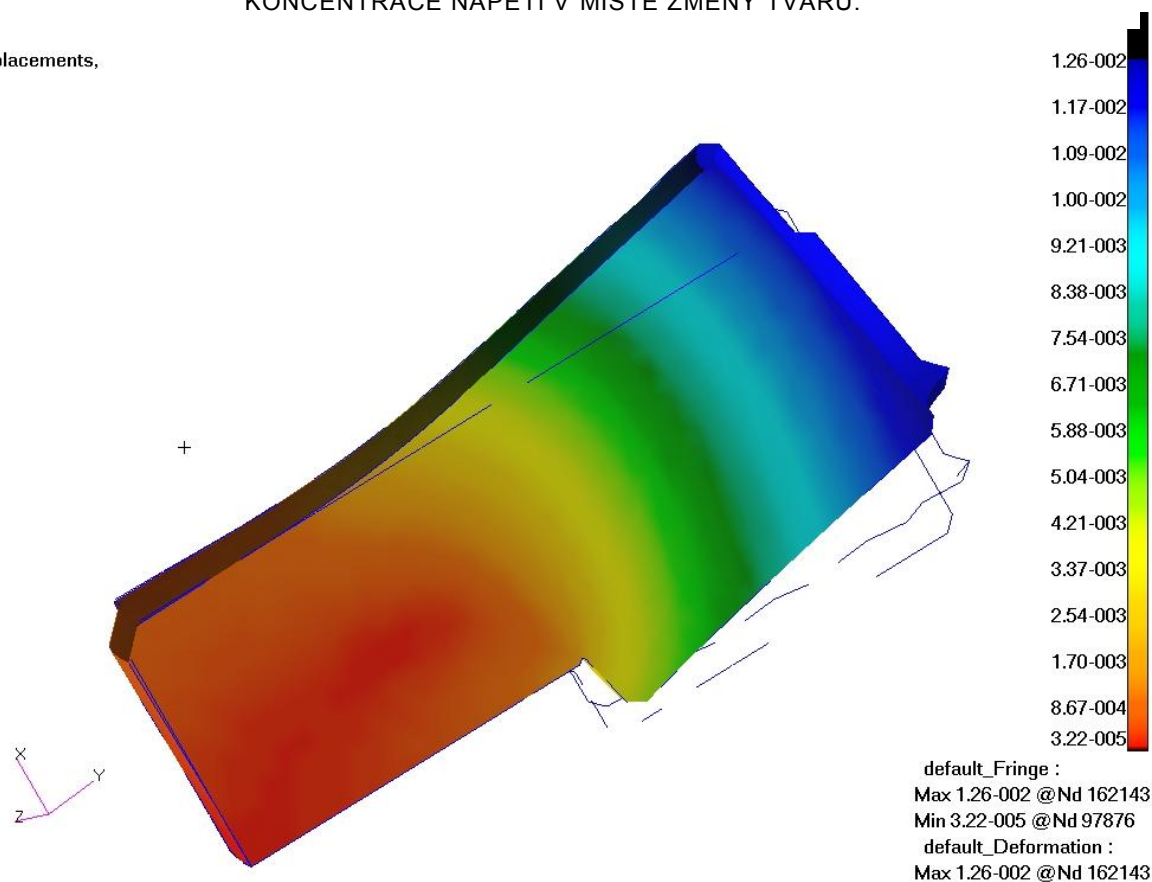
OBR. 59 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, POHLED NA MODEL VÍKO – VNĚJŠÍ STANA:

von Mises, Stress Tensor,

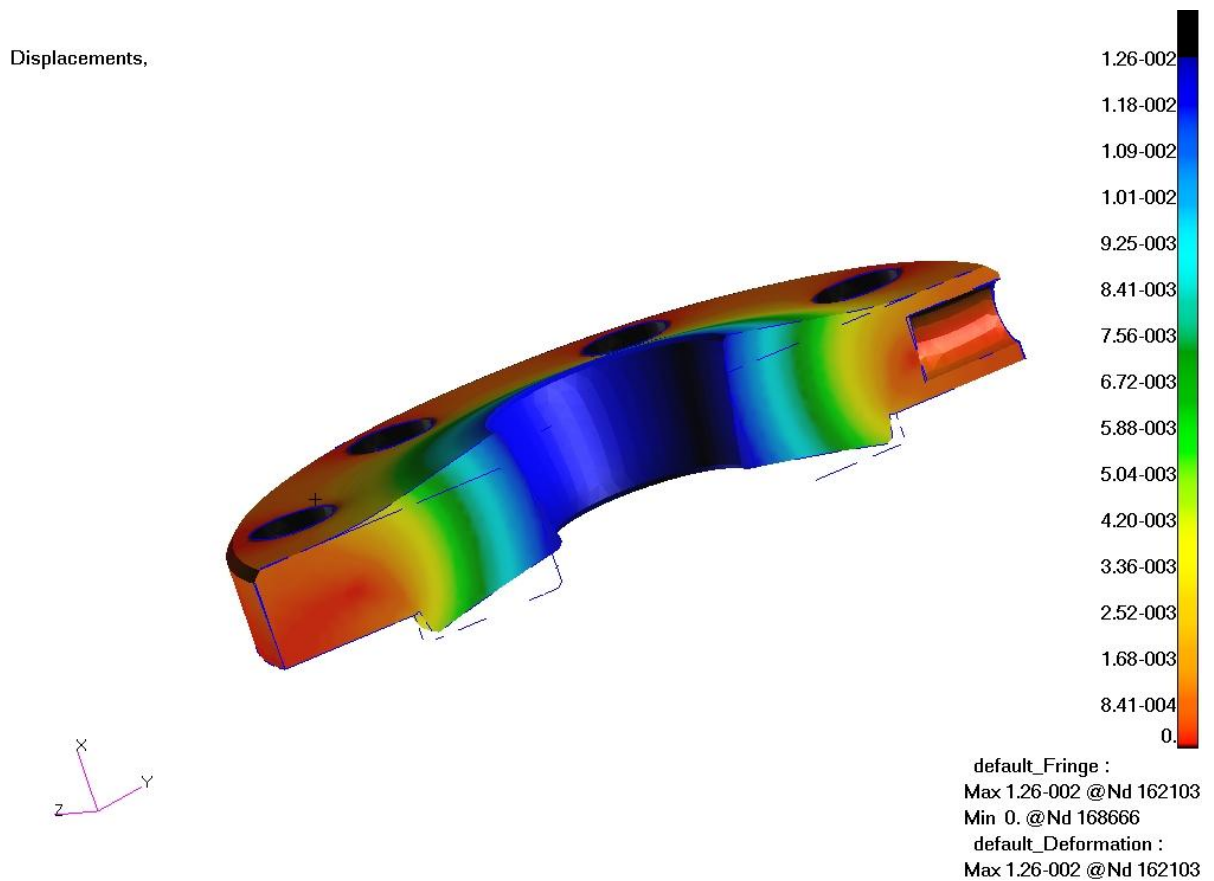


OBR. 62 - REDUKOVANÉ NAPĚTÍ, PRO ČELNÍ VÝŘEZ VÍKA A JEHO UKÁZKA KONCENTRACE NAPĚTÍ V MÍSTĚ ZMĚNY TVARU:

Displacements,



OBR. 61 – PRODLOUŽENÍ, PRO ČELNÍ VÝŘEZ VÍKA



OBR. 63 - CELKOVÁ PRODLOUŽENÍ MODELU VÍKA

Redukované napětí řešené metodou HMH pro celé Víko (Stress tensor, von Mises):

Nejvyšší napětí (OBR. 62): $\sigma_{max}^{HMH} = 41,1 \cdot 10^1 MPa$

Redukované napětí řešené metodou HMH pro koncentrace víka v místech vrubu (změna tvaru):

Nejvyšší napětí (OBR. 61): $\sigma_{max}^{HMH} = 6,53 \cdot 10^2 MPa$

Největší napětí je v místě vrubu, které vzniklo změnou tvaru modelu, proto dochází ke koncentraci v místě přechodu.

Deformace (Displacement) dle OBR. 65:

Největší deformace dochází na vnitřním průměru, kde těleso nemá zabráněno v žádném směru pohybu.

Součást se posune v celém obvodu ve směru x o deformaci $\Delta l = 1,26 \cdot 10^{-2} mm$

6. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝPOČTŮ JEDNOTLIVÝCH SOUČÁSTÍ

V kapitole 6 jsou provedeny porovnání získaných výsledků analytické metody s výsledky numerické výpočetní metody. Porovnání jsou provedena pro součásti: prstenec, plášť komory, trn, rotační čelisti – vzpěr a vložka:

6.1. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝSLEDKŮ PRO SOUČÁST PRSTENEC:

Základní výsledky pro porovnání mezi použitými výpočetními metodami je vypsáno v TABULCE 5.

	Analytický výpočet	Numerický výpočet
Redukované napětí součásti	$\sigma_{redA}^{HMH} = 83,36 MPa.$	$\sigma_{redN}^{HMH} = 68,5 MPa.$
Poměrné prodloužení	$\Delta r_1 = 1,5 \cdot 10^{-2} mm$ $\Delta r_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} mm$	$\Delta r_1 = 1,05 \cdot 10^{-2} mm$ $\Delta r_2 = 8,66 \cdot 10^{-3} mm$

TABULKA 5

Pro srovnání výsledků byla v analytickém výpočtu použita teorie tlustostěnných nádob. Prstenec byl počítán jako tlaková nádoba otevřená.

Porovnáním získaných výsledků napětí, lze zjistit rozdíl mezi analytickou a numerickou metodou. Rozdíl je 17,8% mezi analytickým a numerickým řešením.

Při následném pozorování simulace modelu v MKP, bylo zjištěno rozdílné chování prstence proti idealizovanému chování analytického výpočtu. Analytická teorie tlustostěnných nádob platí v případě prstence (OBR. 28) v numerickém výpočtu jen v úzké části modelu nádoby.

V analytickém výpočtu se neuvažují některé okrajové podmínky, které byly užity při řešení v MKP. V tomto případě to bylo upevnění na plášti komory. Toto upevnění modelu si můžeme představit jako upevnění pomocí kloubové vazby, která má za následek neideální chování této části modelu. Součást se tímto uchycením chová jako rotační tlustý křivý prut natáčen kolem kloubu. V takovém případě by analytický výpočet byl velmi složitý. V našem případě však tato podmínka jen snižuje napětí a deformaci součásti, tím se zvyšuje bezpečnost celé součásti.

6.2. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝSLEDKŮ PRO SOUČÁST PLÁŠŤ KOMORY:

Základní výsledky pro porovnání mezi použitými výpočetními metodami je vypsáno v TABULCE 6.

	Analytický výpočet	Numerický výpočet
Redukované napětí součásti	$\sigma_{redA}^{HMH} = 77,17 MPa. .$	$\sigma_{redN}^{HMH} = 56,5 \cdot MPa..$
Poměrné prodloužení	$\Delta r_1 = 8,55 \cdot 10^{-3} mm$ $\Delta r_2 = 6,96 \cdot 10^{-3} mm$	$\Delta r_1 = 6,31 \cdot 10^{-3} mm$ $\Delta r_2 = 5,42 \cdot 10^{-3} mm$

TABULKA 6

Při analytickém výpočtu byla použita teorie tlustostěnných nádob. Plášť komory byl považován za nádobu otevřenou beze dna.

Porovnáním získaných výsledků napětí, lze zjistit rozdíl mezi analytickou a numerickou metodou. Rozdíl je 26,8% mezi analytickým a numerickým řešením.

Porovnání mezi analytickým a numerickým výpočtem bude pro tuto součást složitější. Na plášť komory působí tlak v místech vrubů, nebo v místech kde dochází k další koncentraci napětí. Další vliv má na numerické řešení je simulace okrajových podmínek, v případě pláště, zde ovlivňuje deformace nasazený prstenec, který zabraňuje radiální deformaci v místě působení.

Pro porovnání s teorií tlustostěnných nádob lze použít výřez součásti (OBR. 33) pro porovnání napětí a (OBR. 35) pro porovnání posuvů.

6.3. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝSLEDKŮ PRO SOUČÁST TRN:

Základní výsledky pro porovnání mezi použitými výpočetními metodami je vypsáno v TABULCE 7.

	Analytický výpočet	Numerický výpočet
Redukované napětí součásti	$\sigma_{redA}^{HMH} = 45,31 MPa. .$	$\sigma_{redN}^{HMH} = 47,4 MPa..$
Poměrné prodloužení	$\Delta r_1 = 3,34 \cdot 10^{-4} mm$ $\Delta r_2 = 9,09 \cdot 10^{-5} mm$	$\Delta r_1 = 3,33 \cdot 10^{-4} mm$ $\Delta r_2 = 5,56 \cdot 10^{-5} mm$

TABULKA 7

Při analytickém výpočtu byla použita teorie Tlustostěnných nádob. Trn byl řešen jako nádobu uzavřená se dnem.

Porovnáním získaných výsledků napětí, lze zjistit rozdíl mezi analytickou a numerickou metodou. Rozdíl je 4,4% mezi analytickým a numerickým řešením.

Mezi analytickým a numerickým bylo provedeno porovnání výpočtů pro část modelu, která je nejvíce namáhána tlakem. Numerická metoda (OBR. 38) pro porovnání redukovaného napětí součásti a (OBR 41) deformace jednotlivých poloměrů součásti. Součást je dostatečně dlouhá, aby výsledky nebyly ovlivněny koncentrací napětí vrubů a přechodů.

6.4. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝSLEDKŮ VZPĚRU ČELISTI ROTAČNÍ - VZPĚR:

Základní výsledky výpočtu vzpěru pro analytická a numerická řešení jsou popsána TABULCE 8.

	Analytický výpočet	Numerický výpočet
Maximální kritický tlak	$P_{kritA} = 1743MPa. .$	$p_{kritN} = 1754MPa..$

TABULKA 8

Při analytickém výpočtu vzpěru byla použita teorie stabilit těles přímé řešení vzpěru prutů . Součást byla řešena jako prut na konci vetknut s druhým koncem volně uložen.

Porovnáním získaných výsledků kritického tlaku pro překročení únosnosti prutu, lze zjistit rozdíl mezi analytickou a numerickou metodou. Rozdíl je 0,6% rozdíl mezi analytickým a numerickým řešením.

Porovnáním výsledků, lze zjistit chybu mezi analytickou a numerickou metodou 0,6%.

Pro tyto výpočty byly použity podobné okrajové podmínky, proto výsledky jsou s minimální odchylkou. Pro analytický výpočet byla použita bezpečnost $k = 3$.

6.5. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝSLEDKŮ KONCENTRACE NAPĚTÍ VLOŽKY:

Základní výsledky výpočtu napětí v místech koncentrace z vrubu. Pro analytické a numerické řešení jsou výsledky popsány TABULCE 9.

	Analytický výpočet	Numerický výpočet
Maximální kritický tlak	$\sigma_{vrub}^{HMH} = 72,5MPa.$	$\sigma_{vrub}^{HMH} = 84,0MPa..$

TABULKA 9

Porovnáním výsledků, lze zjistit rozdíl mezi analytickou a numerickou metodou 13,6%. Rozdíl mohl nastat z důvodu nestandardního tvaru vrubu.

6.6. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A NUMERICKÝCH VÝSLEDKŮ VÍKA:

Základní výsledky pro porovnání mezi použitými výpočetními metodami je vypsané v TABULCE 10.

	Analytický výpočet	Numerický výpočet
Redukované napětí součásti	$\sigma_{red}^{HMH} = 37,759MPa$	$\sigma_{redN}^{HMH} = 41,1MPa$
Poměrné prodloužení v místě maximálního posuvu (střed kotouče)	$w = 4,849 \cdot 10^{-3}mm$	$w = 1,26 \cdot 10^{-2}mm$
Nejvyšší napětí v místě změny tvaru	—	$\sigma_{max}^{HMH} = 653MPa$

TABULKA 10

Porovnáním získaných výsledků napětí lze zjistit rozdíl mezi analytickou a numerickou metodou. Rozdíl je 8,12% mezi analytickým a numerickým řešením.

Pro porovnání s MKP byla použita analytická výpočetní metoda - Kirchhoffova teorie tenkých desek. V případě víka se však jedná o tlustostěnnou mezikruhovou desku, její výpočet by byl velmi složitý. V této analytické teorii vyšlo redukované napětí na vnějších stranách modelu s malými rozdíly od MKP.

Průhyb víka pro analytickou a numerickou metodu vyšel rozdílný. Tento rozdíl nastal z důvodu vlastností použitých teorií. Tyto teorie mají rozdílné vlastnosti chování při deformaci. V místě změny tvaru víka (OBR. 61) dochází ke značné koncentraci napětí z důvodů ostrého přechodu hran.

7. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ Z ŘEŠENÍ NUMERICKÝMI METODAMI MKP

V kapitole 7 jsou provedeny vyhodnocení výsledků z řešení numerickými metodami MKP. Vyhodnocení jsou provedena pro součásti: čelist měřicí, čelist rotační a víka:

7.1. VYHODNOCENÍ NUMERICKÉHO VÝSLEDKŮ MĚŘICÍ ČELISTI:

Měřicí čelist slouží k rozvodu tlaku do celé soustavy tlakové nádoby.

Měřicí čelist je zeslabena vyvrtanými děrami, které slouží k rozvodu tlaku k měřenému vzorku. Při kontrole napětí byla zjištěna lokální koncentrace napětí (OBR. 54). Koncentrace vzniká vlivem vytvořené drážky pro těsnění a vrtáním, které jsou od sebe vzdálené jen $1,8mm$. Napětí je způsobováno od tlaku, který je potřebný k měření testovaného vzorku.

Výsledky koncentrace napětí v místě vrubu a prodloužení. Pro analytické a numerické řešení jsou výsledky popsány TABULCE 11.

	Numerický výpočet
Redukované napětí koncentrace	$\sigma_{max}^{HMH} = 250MPa.$
Poměrné prodloužení celkové součásti	$\Delta l = 4,09 \cdot 10^{-3}mm$

TABULKA 11

Deformace v místě koncentrace napětí (OBR. 56) se liší jen minimálně od celkové deformace součásti.

Měřicí čelist má další zvýšení napětí v místech pojištění kolíkem a otvor pro kontrolní sondu (OBR. 54) a (OBR. 55). Výsledky pro numerické řešení otvoru pro kolík a pro sondu jsou zapsány v TABULCE 12.

	Napětí	Posuv
otvoru pro kolík	$\sigma_{max}^{HMH} = 150MPa.$	$\Delta l = 3,09 \cdot 10^{-3}mm$
otvoru pro měřicí sondu	$\sigma_{max}^{HMH} = 66,7 \cdot 10^1MPa$	$\Delta l = 1,51 \cdot 10^{-2}mm$

TABULKA 12

Celková deformace měřicí čelisti $\Delta l = 5,04 \cdot 10^{-3}mm$

7.2. VYHODNOCENÍ NUMERICKÉHO VÝPOČTU ROTAČNÍ ČELISTI:

Rotační čelist slouží k upnutí celé tlakové nádoby do univerzálního trhačího stroje. Rotační čelist může být namáhána nejen tlakem $p = 25MPa$ ale i tahem $F = 200kN$.

Na rotační čelist působí především tažná síla, která se v simulaci MKP projevuje jako kontaktní tlak, který je přenášen pomocí kolíku. V místě spojení kolíky je mnohonásobný nárůst napětí celkový průběh napětí OBR. 44, detail uchycení kolíky v hlavě a držáku (OBR. 47), (OBR. 48).

Výsledky napětí (OBR. 46) a prodloužení (OBR. 50) rotační součásti pro numerické řešení jsou popsány TABULCE 13.

	Numerický výpočet
Napětí pro součást	$\sigma_{max}^{HMH} = 466MPa$.
Prodloužení rotační čelisti	$\Delta l = 3,75 \cdot 10^{-1}mm$

TABULKA 13

K největšímu prodloužení dochází v místě simulace okrajových podmínek nahrazující kontakt kolíku v hlavě (OBR 48), který je tažen maximální silou.

Koncentrace napětí v místech kontaktu jsou řešeny okrajovými podmínkami. Výsledky pro numerické řešení upevnění rotační čelisti pomocí kolíků jsou zapsány v TABULCE 14.

	Napětí
Napětí v otvoru pro kolík v hlavě	$\sigma_{max}^{HMH} = 1180MPa$
Napětí v otvoru pro kolík v držáku	$\sigma_{max}^{HMH} = 1740MPa$

TABULKA 14

Celková deformace měřicí čelisti $\Delta l = 5,04 \cdot 10^{-3}mm$

8. ZÁVĚR

Diplomová práce se zabývá výpočetní kontrolou tlakové komory pro univerzální zkušební zařízení. Tato kontrola bude řešena pro jednotlivé součásti nejprve analytickými metodami a následně numerickými metodami.

Pro řešení analytickými metodami byly teoreticky probrány kapitoly tlustostěnných tlakových nádob a stabilita těles z pružnosti a pevnosti. Těmito metodami byly také řešeny součásti tlakové nádoby, pro které jsme mohli potvrdit platnosti popsanych teorií. Řešené součásti, dle teorie otevřených tlustostěnných tlakových nádob, byly prstenec a plášť komory. Teorie uzavřených tlustostěnných tlakových nádob bylo užito při řešení trnu. Pro řešení rotační čelisti byla užita teorie stability prutů – vzpěr. Pro součást vložka, byla provedena kontrola koncentrace napětí. Víko tlakové nádoby bylo pro základní porovnání řešeno jako tenká, mezirotační deska, pro prvotní porovnání s výsledky MKP.

Pro numerickou metodu řešení byla probrána základní teorie metody konečných prvků (MKP), její princip a postup při řešení. Metoda konečných prvků byla užita pro simulaci všech součástí tlakové komory. K řešení MKP byl používán program pre/post procesorový program Patran a výpočetní program Nastran od firmy MSC software.

V numerické simulaci byla provedena statická analýza pro součásti prstenec, plášť komory, trn, rotační čelist, měřicí čelist, víko a vložku. Pro rotační čelist byla provedena ještě analýza lineární ztráty stability.

Součásti, pro které byly získány výsledky z analytického a numerického řešení, byly následně porovnávány a bylo popsáno jejich skutečné chování.

Modely, pro které nebyly známy analytické řešení, byly popsány na základě jejich vlastním chování, z výsledků řešení numerické metody.

V popsané práci bylo dosaženo všech požadovaných výsledků jednotlivých součástí. Zjistili jsme, že součásti nejsou namáhány vysokými napětími, která by mohly překročit mez úměrnosti pro jednotlivé materiály těles. Deformace jednotlivých součástí tlakové nádoby jsou malé. Špičky ve výsledcích jsou v místech vrubů a neovlivňují zásadně model součásti.

9. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] LENERT, J.: *Pružnost a pevnost I*. 2. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2005. 142 s. ISBN 80-248-0113-2
- [2] LENERT, J.: *Pružnost a pevnost II*. 1. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2000. 174 s. ISBN 80-7078-572-1
- [3] LENERT, J.: *Úvod do metody konečných prvků*. 1. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 1999. 110 s. ISBN 80-7078-686-8
- [4] FUXA, J.; ADÁMKOVÁ, L.: *Sbírka příkladů z pružnosti a pevnosti II. 1. Část*. 1. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2007. 147 s. ISBN 978-80-248-1288-5
- [5] FUXA, J.; ADÁMKOVÁ, L.: *Sbírka příkladů z pružnosti a pevnosti II. 2. Část*. 1. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2008. 139 s. ISBN 978-80-248-1933-4
- [6] TEPLÝ, B.; ŠMÍRÁK, S.: *Pružnost a plasticita II*. 1. vydání. Brno: VUT Brno, 1993. 199 s. ISBN 80-214-0498-1
- [7] PUCHMAJER, P.: *Stabilita pružných soustav*. 1. vydání. Praha: ČVUT Praha, 1989. 104 s.
- [8] NĚMEC, J., DVOŘÁK, J., HÖSCHL, C.: *Pružnost a pevnost ve strojírenství*. 1. Vydání. Praha: 1989. SNTL - Nakladatelství technické literatury, 600 s. ISBN 80-03-00193-5
- [9] SERVÍT, R.: *Pružnost a pevnost ve stavitelství II (základy matematické teorie pružnosti)*. 1. Vydání. Praha: 1989. Státní nakladatelství technické literatury, 380 s. ISBN 04-010-66
- [10] TREBUŇA, F.; JURICA, V.; ŠIMČÁK, V.: *Pružnost' a pevnost' II*. 1. Vydání. Košice: 2000. VIENALA, vydavateľstvo a tlačiareň, 318 s. ISBN 80-7099-478
- [11] TREBUŇA, F., ŠIMČÁK, F.: *Odolnosť prvkov mechanických sústav*. 1. Vydání. Košice: 2004 EMILENA, ISBN 80-7073-148-9 980 s.
- [12] NĚMEC, J.; PUCHMAJER, O.: *Tvarová pevnost kovových těles*. 1. Vydání. Praha: 1971. SNTL - Nakladatelství technické literatury, 296 s. ISBN 04-218-71
- [13] LEINVEBER, J.; VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 1. Vydání. Úvaly: 2003. ALBRA – pedagogické nakladatelství, 868 s. ISBN 84-86490-74-2
- [14] VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 1. Vydání. Praha: 1983. SNTL - Nakladatelství technické literatury, 672 s. ISBN 04-218-83

[15] ČERNOCH S.: *Strojně technická příručka*. 13. Vydání. Praha: 1977. ALBRA – pedagogické nakladatelství, 1296-2568 s. ISBN 04-224-77

[16] MACURA, P.: *Experimentální metody v pružnosti a plasticitě*, 1. Vydání. Ostrava: 2001. VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 106 s. ISBN 80-7078-934-4

INTERNETOVÉ ZDROJE

<http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/Patran.aspx>

<http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/MD-Nastran.aspx>

10. CITACE

[1] LENERT, J. *Pružnost a pevnost II*. 1. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2000. 174. ISBN 80-7078-572-1. Kapitola 17.1 Úvod, s. 102.

[2] LENERT, J. *Pružnost a pevnost II*. 1. vydání. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2000. 174. ISBN 80-7078-572-1. Kapitola 17.3 Řešení nádoby s okrajovými podmínkami, s. 106.

[3] NĚMEC, J; DVOŘÁK, J; HÖSCHL, C. *Pružnost a pevnost ve strojírenství*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1989. 600. ISBN 80-03-00193-5. Kapitola 2.10.2 B Hypotézy pro posuzování vzniku u plastických deformací, s. 77.

[4] NĚMEC, J; DVOŘÁK, J; HÖSCHL, C. *Pružnost a pevnost ve strojírenství*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1989. 600. ISBN 80-03-00193-5. Kapitola 8.3 Účinek lokálních koncentrací napětí, s. 457.

11. PŘÍLOHY

CD-ROM s obsahem elektronického vypracování bakalářské práce a s modely a výpočty řešené numerickou metodou.